examenbundel.nl

examen bundel

Meer dan alleen oefenexamens

Nu bij je boek
mijn.examenbundel.nl
Online oefenen, video's en meer

2021|2022

vmbo-gt / mavo

Wiskunde

ThiemeMeulenhoff

examenbundel.nl

examen bundel

Meer dan alleen oefenexamens

2021|2022

F.C. Luijbe

vmbo-gt/mavo

Wiskunde

ThiemeMeulenhoff

mijn.examenbundel.nl

Slagen zonder examenstress doe je met Examenbundel, Samengevat, Examenidioom en Zeker Slagen!
Alles voor je schoolexamens en je centrale examens in je boeken, maar ook online.

- Quickscan
- Antwoorden bij de oriëntatietoets
- Video's en andere leerbronnen
- Oefenexamens
- Overzicht van al je examenvakken
- En nog veel meer op Mijn Examenbundel!

Ga naar mijn.examenbundel.nl en log in op Mijn Examenbundel. Met deze code krijg je toegang tot heel veel (digitale) extra's die bij je bundel horen:

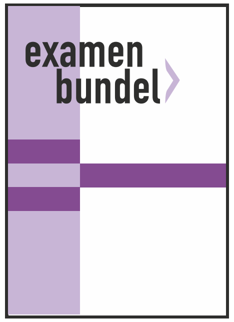
Deze code is uniek en door één persoon te gebruiken. Geldig tot 15 juli 2022.

#ikgazekerslagen

Voorwoord

Met deze **Examenbundel** bereid je je goed voor op het eindexamen en op de schoolexamens. Je oefent met echte examenopgaven. Als je niet weet hoe je een vraag aan moet pakken, bekijk dan de bijbehorende hint. In de uitwerkingen staan de antwoorden met een duidelijke uitleg. Zo weet je precies wat je goed en fout hebt gedaan.

Gebruik naast deze **Examenbundel** ook het boek **Samengevat** om te leren voor je examen. Hierin vind je een handige samenvatting van alle examenstof.



Oefenen met echte examens en duidelijke uitwerkingen

+

Overzichtelijke samenvatting van de examenstof

Wil je weten op welke datum het centraal examen is?
Ga naar examenbundel.nl/examenrooster voor het actuele examenrooster.
Of scan de QR-code:

Namens team **Examenbundel** heel veel succes!

Heb je een vraag of opmerking over deze **Examenbundel**?
Ga dan naar examenbundel.nl/contact.

Opmerking
De overheid stelt de regels op voor het examen. Bijvoorbeeld wat de examenonderwerpen zijn, welke hulpmiddelen je mag gebruiken en wanneer het examen is. De auteurs en uitgever hebben deze **Examenbundel** met grote zorg samengesteld. Soms veranderen de regels van de overheid echter of worden er nieuwe afspraken gemaakt over wat die regels betekenen. Raadpleeg daarom altijd je docent of onze website www.examenbundel.nl voor actuele informatie die voor jouw examen van belang is.

© ThiemeMeulenhoff

Inhoud

3 **Voorwoord**
7 **Stappenplan: oefenen en leren met de Examenbundel en Samengevat**
13 **Examentips**

Oriëntatietoets

17 Opgaven

Deel 1
Oefenen op onderwerp

1 Algebraïsche verbanden
25 Opgaven
45 Hints
47 Uitwerkingen

2 Rekenen, meten en schatten
58 Opgaven
72 Hints
74 Uitwerkingen

3 Meetkunde
83 Opgaven
101 Hints
103 Uitwerkingen

4 Informatieverwerking en statistiek *
121 Opgaven
135 Hints
136 Uitwerkingen

Deel 2a
Examens met uitwerkingen

Examen 2017-II
147 Opgaven
155 Hints
156 Uitwerkingen

Examen 2018-I
161 Opgaven
169 Hints
170 Uitwerkingen

Examen 2018-II
178 Opgaven
188 Hints
189 Uitwerkingen

Examen 2019-I
196 Opgaven
206 Hints
207 Uitwerkingen

Examen 2019-II
214 Opgaven
224 Hints
225 Uitwerkingen

Deel 2b
Examen zonder uitwerkingen

Examen 2021-I
233 Opgaven

Bijlagen

Cijferbepaling
Onderwerpregister
Overzicht formules

* Hoofdstuk 4 is alleen bestemd voor het schoolexamen.

© ThiemeMeulenhoff

Stappenplan: oefenen en leren met de Examenbundel en Samengevat

Je kunt uit drie routes kiezen:
- **Fietspad**: meteen **oefenen per onderwerp**.
- **Voetpad**: eerst **leren per onderwerp** uit het boekje Samengevat.
- **Snelweg**: direct **een heel examen maken**, te beginnen bij de oriëntatietoets.

Je kent jezelf het best. Kies dus de route die het best bij je past.

© ThiemeMeulenhoff

Fietspad

Meteen oefenen per onderwerp

Vraag: welk onderdeel ken ik al goed en ga ik eerst oefenen?

1. Pak de **Examenbundel**. Bekijk de inhoudsopgave. Kies een onderwerp en maak drie oefenopgaven over dit onderwerp.
2. Welk cijfer - schat je - heb je gehaald voor deze gemaakte oefenopgaven? (tussen 1-10)
3. Kijk je werk **zorgvuldig** na met behulp van de uitwerkingen bij dit onderwerp. Snap je het gegeven antwoord? **Leer het! Herhaal** dan vraag en antwoord zonder tekstboek erbij!
4. Is het cijfer dat je jezelf gegeven hebt oké? Vraag: wat ging goed, wat ging minder?
5. Pak het boekje **Samengevat** en ga verder via het **Voetpad** om je kennis over dit onderwerp aan te vullen en te herhalen.

Na voldoende oefenen met verschillende onderwerpen volgens dit 5-stappenplan ga je verder via de **Snelweg**.

© ThiemeMeulenhoff

Voetpad

Eerst leren per onderwerp

Vraag: welk onderwerp ga ik eerst doen?

1. Pak het boekje **Samengevat**. Kies uit de inhoudsopgave het onderwerp (hoofdstuk) waar je mee wilt beginnen.
2. Bestudeer **aandachtig** de inhoudsopgave van het door jou gekozen hoofdstuk. Dit is een soort kapstok waaraan kennis blijft hangen, ook in jouw geheugen.
3. Beslis nu welk deel uit **Samengevat** je intensief gaat bestuderen en leren. Bekijk nummer 4 van de examentips hierna om te weten waar je dan op moet letten.
4. Als je denkt dat je de stof van het onderwerp voldoende beheerst, ga je deze **toepassen** door oefenopgaven te maken.
5. Ga verder via het **Fietspad**. Volg de stappen 1 t/m 5.

Beheers je de examenonderwerpen voor het grootste deel al? Dan kun je ook in plaats van het **Fietspad**, meteen de **Snelweg** nemen.

It's up to you!

© ThiemeMeulenhoff

Snelweg

Direct een heel examen maken

1. Pak de **Examenbundel**, onderdeel **oriëntatietoets**. Lees eerst alle opgaven snel en **globaal** door (skimmen).

2. Welk cijfer - schat je - zou je halen als je **nu** de oriëntatietoets zou maken?

3. **Lager dan een 6?** Neem eerst het **Fietspad**. Dus per onderwerp oefenen.

   6 of hoger? Je kunt de oriëntatietoets direct gaan maken!

4. Kijk de oriëntatietoets **zorgvuldig** na met behulp van de uitwerkingen op mijn.examenbundel.nl. Klik daarna door naar het studieadvies.

5. Ga op basis van het studieadvies verder met **oefenen** per onderwerp via het Fietspad.

5. Ga op basis van het studieadvies verder met **leren** per onderwerp via het Voetpad.

Je kán het!!!
Je bent nu klaar om oude examens te maken uit de **Examenbundel**.
Oefenen, oefenen, oefenen!

© ThiemeMeulenhoff

Examentips

Van plannen tot goed slapen, van actief lezen tot een opgeruimde werkplek. Alles waar je aan moet denken als je gaat leren voor je examen vind je op de volgende pagina's.

© ThiemeMeulenhoff

Examen tips

1 Maak een planning

- Maak **van tevoren** een week-/dagplanning
- Wanneer werk je het lekkerst?
- Plan ruim voldoende tijd in met voldoende pauzes
- Verdeel grote taken in kleine taken
- Werk van moeilijk naar gemakkelijk

2 Welk materiaal?

- Leerboek en aantekeningen
- Boekje **Samengevat**
- **Examenbundel**
- Pen en papier

3 Omgeving

- Rustige omgeving
- Opgeruimde werkplek
- Mobiel en andere afleidingen? **Weg ermee!!!**
- Iets lekkers bij de hand

4 Hoe te leren?

- 3 x 1 uur is beter dan 1 x 3 uur
- 1 x actief lezen is 100 x beter dan 2 x doorlezen
- Herhaal het geleerde regelmatig!
- Een week later: herhaal alles **zonder** tekstboek
- Oefenen, oefenen, oefenen! Ook al snap je alles

5 Zorg goed voor jezelf!

- Goed slapen = leren met de ogen dicht
- Beter 's avonds iets langer doorleren, dan heel vroeg opstaan
- Beloon jezelf met iets leuks / iets lekkers
- Regelmatig pauzes nemen + **NIKS** doen
- Stop! Vergelijk jezelf niet met klasgenoten!

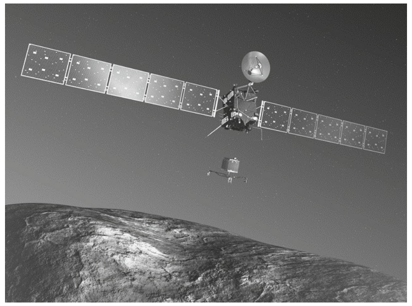
© ThiemeMeulenhoff
© ThiemeMeulenhoff

Hoe zou je het nu al doen op een examen? De oriëntatietoets geeft je een eerste indruk. De antwoorden vind je op mijn.examenbundel.nl.

Oriëntatietoets

Oriëntatietoets

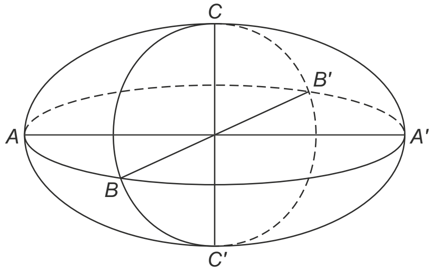
Ruimtesonde



In 2014 kwam de ruimtesonde Rosetta aan bij een komeet. De ruimtesonde bevond zich op dat moment op ruim achthonderd miljoen kilometer van de aarde.

2p **1** Schrijf achthonderd miljoen in de wetenschappelijke notatie.

3p **2** De ruimtesonde is 10 jaar onderweg geweest. Stel dat de ruimtesonde de afstand in een rechte lijn heeft afgelegd.
→ Met welke gemiddelde snelheid in kilometer per uur heeft de ruimtesonde dan de afstand afgelegd?



De komeet waar de ruimtesonde naartoe vloog, lijkt op een rugbybal.
Het wiskundig model dat hierbij hoort, is een ellipsoïde. Zie de tekening.
Hier is lengte *AA'* = 5 km en *BB'* = *CC'* = 3 km.
De inhoud van een ellipsoïde is te berekenen met de formule

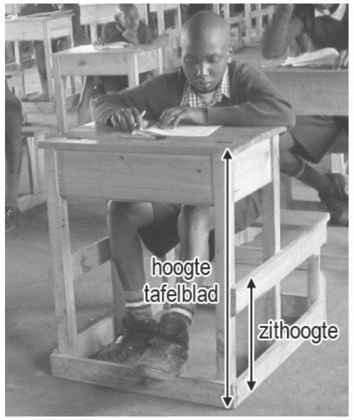
$$inhoud = \frac{4}{3}\pi \times a \times b \times c$$

Hierin is de inhoud in km^3, *a* de helft van *AA'*, *b* de helft van *BB'* en *c* de helft van *CC'* met *a*, *b* en *c* in km.

2p **3** Bereken de inhoud van de komeet in km^3.

Schoolbanken

Op de foto zie je een leerling in Kenia in zijn schoolbank zitten.



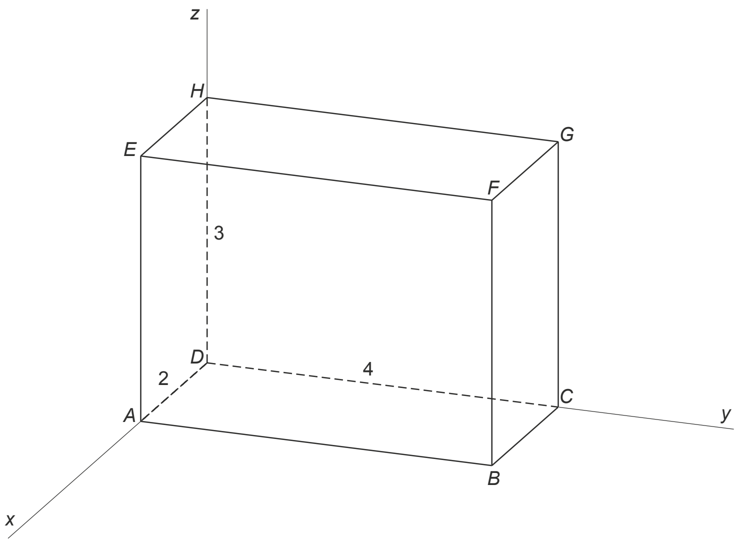
De school wil banken in verschillende maten laten maken die goed passen bij de leerlingen.
Bij elke maat schoolbank hoort een bepaalde zithoogte.
Hieronder zie je een tabel, waarin de maat van de schoolbank en de bijbehorende zithoogte in cm staat.

maat schoolbank	1	2	3	4	5	6
zithoogte (cm)	30	34	38	42	46	50

3p **4** Er is een lineair verband tussen de *zithoogte* en de *maat* van de schoolbank.
→ Geef een woordformule die bij dit verband hoort.

Balk

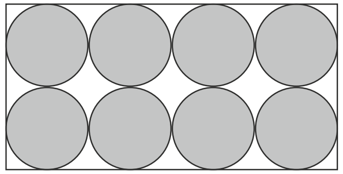
Hieronder zie je een tekening van balk *ABCD EFGH* in een assenstelsel.
De maten in cm staan erbij.



1p **5** De coördinaten van punt *F* zijn (2, 4, 3).
→ Schrijf de coördinaten van punt *E* op.

4p **6** Lijnstuk *AG* is een lichaamsdiagonaal van deze balk.
→ Bereken hoeveel cm *AG* is. Rond je antwoord af op één decimaal.

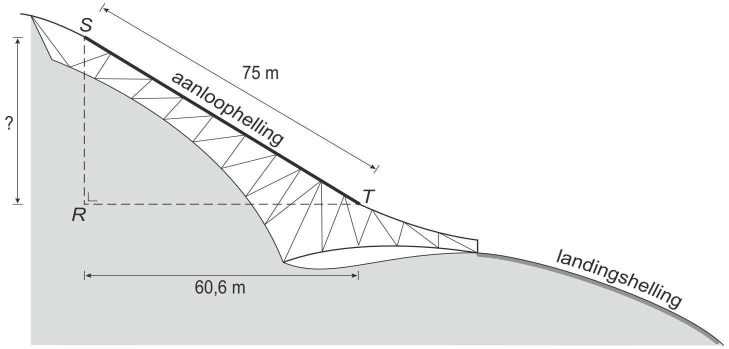
5p **7** De balk wordt helemaal gevuld met bollen van gelijke grootte. Je ziet het bovenaanzicht van de balk.



→ Bereken hoeveel cm^3 ruimte er in de balk overblijft. Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

Skispringen

Skispringen is een sport waarbij op ski's van een helling (de schans) gesprongen wordt. Het doel daarbij is om zo ver mogelijk te springen.



Je ziet een schets van de schans. De maten staan erbij in meters. De skispringer begint bij het startpunt *S* en maakt snelheid op de schans van *S* tot *T*. Dit deel van de schans noemt men de aanloophelling. Hoe meer snelheid je maakt op de aanloophelling, hoe verder je kunt springen.

2p **8** Een skispringer bereikt aan het eind van de aanloophelling een snelheid van 94,3 km/uur.
→ Bereken zijn snelheid in meter per seconde op dat moment.

3p **9** Bereken hoeveel graden de hellingshoek *T* in driehoek *RST* is.

© ThiemeMeulenhoff

Uitkijktoren

Nynke staat op een uitkijktoren.

Het **kijkbereik** is de afstand die je bij helder weer kunt kijken. Het kijkbereik hangt af van de hoogte waarop je staat. De formule die bij benadering het verband aangeeft tussen de hoogte waarop je staat en het kijkbereik is

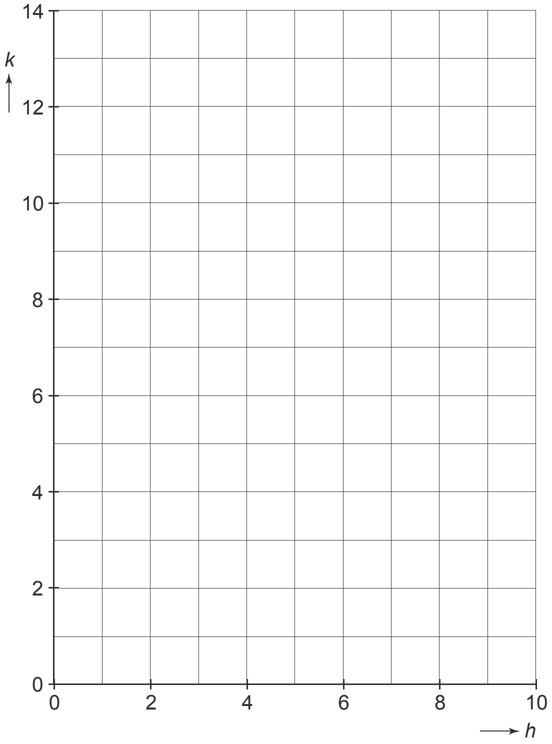
$$k = 2 \times \sqrt{(\pi \times h)}$$

Hierin is *k* het kijkbereik in kilometer en *h* de hoogte waarop je staat in meter.

2p **10** Laat met een berekening zien dat, als je op een hoogte van 5 meter staat, het kijkbereik afgerond 8 kilometer is.

4p **11** Hieronder staan een tabel en een assenstelsel. Teken de grafiek die bij de formule hoort. Vul hiervoor eerst de tabel in.

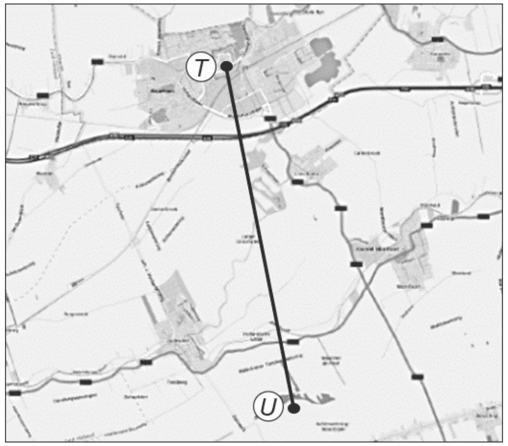
h	0	2	4	6	8	10
k						



2p **12** Nynke denkt dat als de hoogte waarop je staat tweemaal zo groot is, het kijkbereik dan ook tweemaal zo groot is.
→ Heeft Nynke gelijk? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

© ThiemeMeulenhoff

Op de kaart hieronder is de uitkijktoren aangegeven met de letter *U*. Bij de letter *T* staat een andere toren. Nynke kan vanaf de uitkijktoren de andere toren bij punt *T* zien.



schaal 1 : 200 000

4p **13** Bereken de minimale hoogte waarop Nynke staat. Geef je antwoord in hele meters.

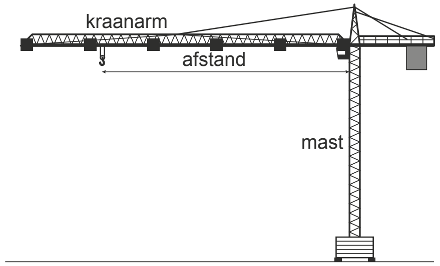
© ThiemeMeulenhoff

Examenopgaven per onderwerp met hints om je op weg te helpen en uitleg bij de antwoorden. Ook handig bij de voorbereiding op je schoolexamens!

Deel 1 Oefenen op onderwerp

Torenkraan

Op een bouwplaats wordt vaak een torenkraan gebruikt om zware voorwerpen te kunnen verplaatsen. De torenkraan bestaat uit een mast en een kraanarm. Op de kraanarm van deze torenkraan zitten bordjes die de afstand tot de mast aangeven. Bij elke afstand hoort een maximaal gewicht dat door de torenkraan kan worden verplaatst.

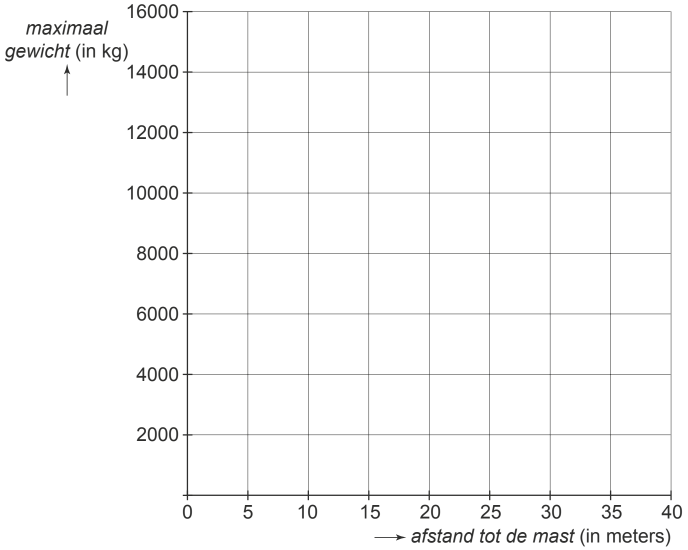


De kraanmachinist gebruikt de volgende tabel:

afstand tot de mast in meters	10	20	30	40
maximaal gewicht in kg	15 000	7500	5000	3750

1 Teken in het assenstelsel op de volgende pagina de grafiek die bij deze tabel hoort.

© ThiemeMeulenhoff



2 Ella beweert dat ze in de tabel kan zien dat het verband tussen het maximaal gewicht en de afstand tot de mast lineair is.
→ Heeft Ella gelijk? Leg je antwoord uit.

3 De kraanmachinist moet een erg zwaar voorwerp verplaatsen.
→ Moet hij een grote of kleine afstand tot de mast kiezen? Leg je antwoord uit.

Bij deze torenkraan hoort de woordformule:

afstand tot de mast × *maximaal gewicht* = 150 000

Hierbij is de *afstand tot de mast* in meters en het *maximaal gewicht* in kg.

4 Bereken het *maximaal gewicht* dat de torenkraan kan verplaatsen als de *afstand tot de mast* 12 meter is.

5 Een andere torenkraan kan maximaal 7500 kg verplaatsen bij een afstand van 45 meter tot de mast. Bij deze torenkraan hoort een soortgelijke woordformule voor het verband tussen de *afstand tot de mast* en het *maximaal gewicht*.
→ Schrijf deze woordformule op.

 © ThiemeMeulenhoff

Snelwandelen

In 2006 kwam het wereldrecord snelwandelen op de 50 km op naam van de Australiër Nathan Deakes.
Hij legde de 50 km af in 3 uur 35 minuten en 47 seconden.

6 Bereken de gemiddelde snelheid in m/s van Nathan Deakes bij dat wereldrecord snelwandelen. Rond je antwoord af op één decimaal.

Ook vrouwen doen aan snelwandelen. Onderstaande formule geeft het verband tussen de *beenlengte* en de *maximale snelheid* die een vrouw bij snelwandelen kan bereiken:

maximale snelheid = $\sqrt{(9{,}8 \times \textit{beenlengte})}$

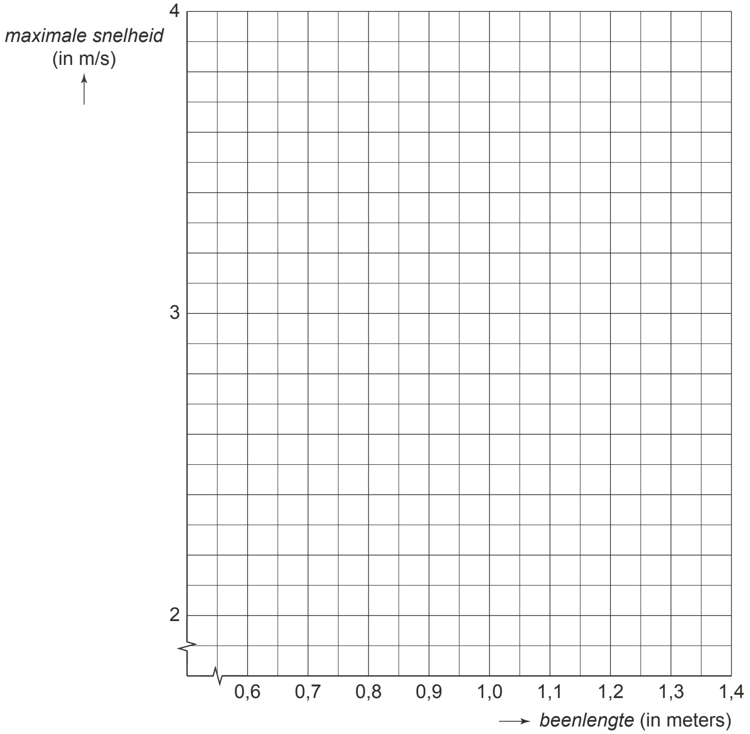
Hierin is *maximale snelheid* in m/s en *beenlengte* in meters.

7 Yasmina doet aan snelwandelen. Ze heeft een beenlengte van 0,9 meter.
→ Laat met een berekening zien dat zij volgens de formule een maximale snelheid van afgerond 2,97 m/s kan halen.

© ThiemeMeulenhoff

8 Beenlengtes onder 0,6 m en boven 1,4 m komen niet voor bij vrouwen die aan snelwandelen doen.
Hieronder staat een tabel die hoort bij de formule.

beenlengte in meters	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4
maximale snelheid in m/s				2,97					

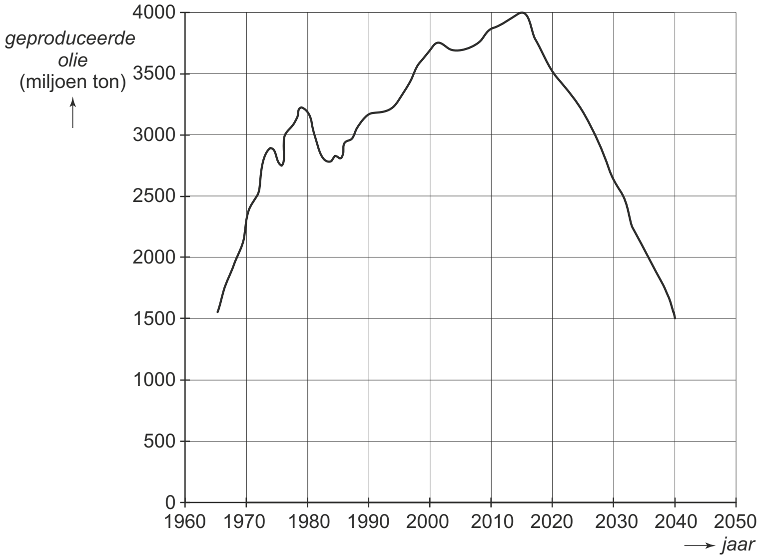


→ Teken in het assenstelsel de grafiek die bij de formule hoort.
Je mag daarbij de tabel gebruiken.

9 Ook Elvira doet aan snelwandelen. Haar maximale snelheid is 3,2 m/s.
→ Bereken met behulp van de formule de beenlengte van Elvira.
Rond het antwoord af op hele centimeters.

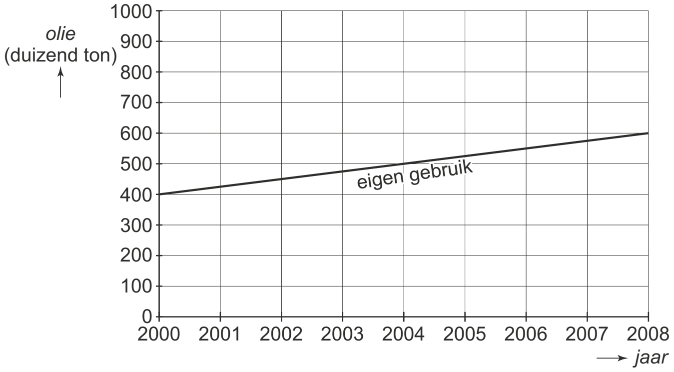
Olie

De totale hoeveelheid geproduceerde olie in de wereld zal volgens deskundigen na het jaar 2015 afnemen.
Je kunt in de grafiek aflezen dat er in 2015 volgens de verwachting van de deskundigen 4000 miljoen ton olie geproduceerd zal worden en in 2040 nog maar 1500 miljoen ton.



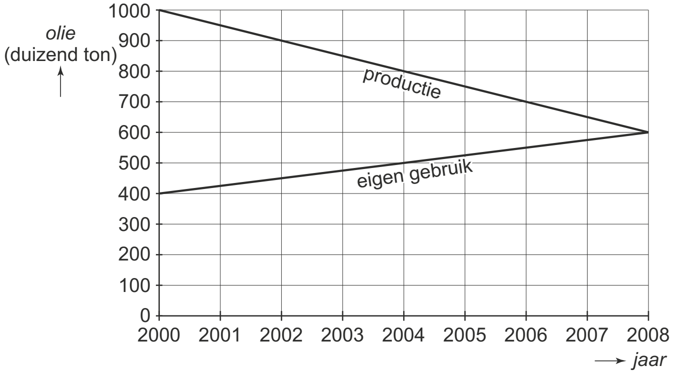
10 Bereken met hoeveel procent de totale hoeveelheid geproduceerde olie in 2040 volgens deze verwachting gedaald zal zijn ten opzichte van 2015.

11 Vanaf 2040 zal volgens de deskundigen de totale hoeveelheid geproduceerde olie met 5% per jaar dalen.
→ Bereken hoeveel miljoen ton olie er dan in 2050 geproduceerd zal worden.
De landen waarin olie geproduceerd wordt, gebruiken een deel van de olie zelf. In de grafiek zie je het eigen gebruik van olie van één van deze landen in de afgelopen jaren. Bij deze grafiek hoort een lineair verband.



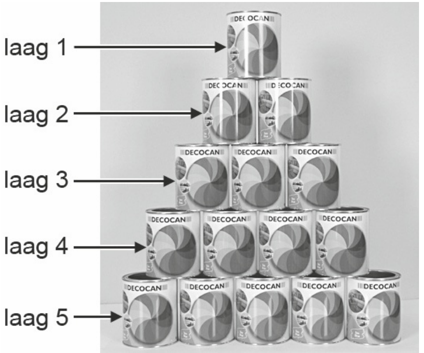
12 Geef een formule die hoort bij de grafiek. Neem voor het aantal jaren na 2000 de letter t en voor het eigen gebruik in duizend tonnen de letter G.

13 Hieronder zie je de grafiek van het eigen gebruik nogmaals. In hetzelfde assenstelsel staat ook de grafiek van de hoeveelheid olie die het land geproduceerd heeft. Ook bij deze grafiek hoort een lineair verband.
De geproduceerde olie die overbleef na eigen gebruik werd door dit land verkocht aan het buitenland.
→ Teken in het assenstelsel de grafiek van de hoeveelheid olie die tussen 2000 en 2008 aan het buitenland verkocht werd.



Blikken stapelen

Sander gaat blikken stapelen op dezelfde manier als op de foto hieronder.
Hierdoor krijgt hij een toren die bestaat uit een aantal lagen. Op de foto zie je een toren die bestaat uit 5 lagen.



14 Er is een verband tussen het aantal lagen *a* van een toren en het totaal aantal blikken *b* dat nodig is voor de toren. Hieronder staat een tabel, die hoort bij dit verband.

aantal lagen *a*	1	2	3	4	5	6	7	8	9
totaal aantal blikken *b*					15				

→ Vul de tabel verder in.

Een formule die hoort bij dit verband is

$b = \frac{1}{2} \times a \times (a + 1)$

© ThiemeMeulenhoff

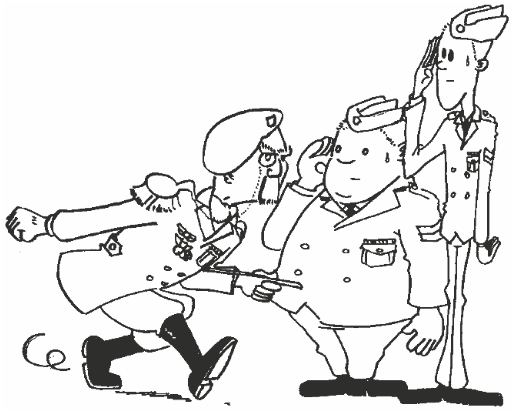
15 Laat met een berekening zien dat er in totaal meer dan 500 blikken nodig zijn om een toren van 34 lagen te maken.

16 Sander heeft 500 blikken. Hij wil een zo hoog mogelijke toren bouwen.
→ Uit hoeveel lagen kan deze toren maximaal bestaan?

17 In supermarkten worden vaak torens van blikken gemaakt waarbij van zo'n toren de bovenste lagen worden weggelaten.
→ Hoeveel blikken zijn er nodig voor een toren van blikken, waarbij de onderste laag bestaat uit 25 blikken en de bovenste laag uit 5 blikken?

Queteletindex

De queteletindex *QI* wordt gebruikt bij medische keuringen in het leger. Het is een getal dat wordt afgeleid uit de lengte en het gewicht van de militairen. Het geeft een eerste indruk over hun conditie.



De *QI* wordt berekend met onderstaande formule:

$$QI = \frac{gewicht}{lengte^2}$$

Hierin is *gewicht* in kilogrammen en *lengte* in meters.
De *QI* wordt altijd afgerond op een heel getal.

18 Een soldaat heeft een lengte van 1,78 meter en weegt 70 kg.
→ Bereken zijn *QI*.

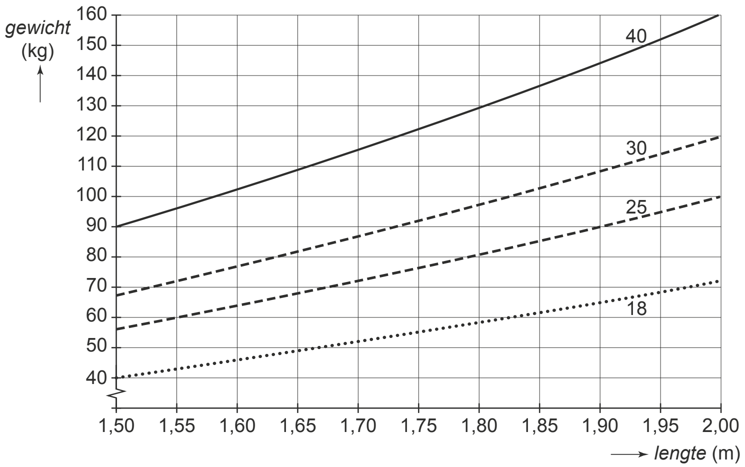
19 Een korporaal is 1,72 meter lang. Zijn arts adviseert hem te streven naar een *QI* van 24.
→ Bereken wat dan zijn gewicht zal moeten zijn. Rond af op hele kilogrammen.

In de tabel hieronder kun je zien welke gewichtsomschrijving bij verschillende waarden van de *QI* hoort. Bij *QI* = 24 hoort dus de omschrijving “normaal gewicht”.

QI	gewichtsomschrijving
0 tot 18	ondergewicht
18 tot 25	normaal gewicht
25 tot 30	overgewicht
30 en hoger	ernstig overgewicht

© ThiemeMeulenhoff

20 In de figuur hierna staan vier lijnen. Deze vier lijnen horen bij een *QI* van 18, 25, 30 en 40.
→ Kleur in de figuur het gedeelte dat hoort bij een normaal gewicht.

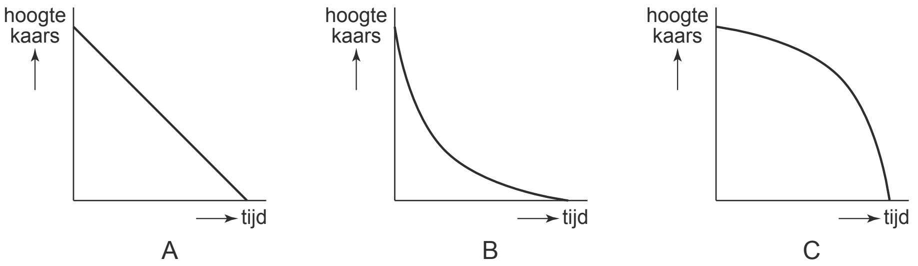


21 Een luitenant heeft een gewicht van 59 kg en een lengte van 1,86 meter.
→ Welke van de vier gewichtsomschrijvingen hoort bij hem? Laat zien hoe je aan je antwoord komt. Je mag daarbij gebruikmaken van de grafiek.

Piramidekaars

Mariska koopt in een winkel een piramidekaars, zie de foto.

Thuisgekomen steekt Mariska de kaars aan. In de drie onderstaande grafieken A, B en C is een verband weergegeven tussen de tijd dat de kaars brandt en de hoogte van de kaars.



22 Welke grafiek past bij de kaars van Mariska? Leg uit hoe je aan je antwoord komt.

Houtwaarde

Als bomen gekapt worden, kan het hout gebruikt worden voor verschillende doeleinden.
De *houtwaarde* van een boom geeft aan hoeveel m^3 bruikbaar hout een boom zal opleveren. Men gebruikt de volgende vuistregel om de houtwaarde van een boom te berekenen

houtwaarde = (*omtrek*)^2 × *hoogte* × 0,08

Hierin zijn *omtrek* en *hoogte* van de boom in meters. De omtrek wordt gemeten op borsthoogte.

23 Een boom heeft een omtrek van 1,3 meter en een hoogte van 12 meter.
→ Bereken de houtwaarde van deze boom. Rond je antwoord af op één decimaal.

24 In een bos staat een aantal bomen met een hoogte van 15 meter. Men wil alleen de bomen kappen met een houtwaarde van minstens 8 m^3.
→ Bereken in één decimaal hoeveel meter de minimale omtrek van zo'n boom moet zijn.

Dorp

Het aantal inwoners van een dorp op de Veluwe nam vanaf 2007 sterk af doordat veel inwoners naar de stad verhuisden.

De formule die bij benadering hierbij hoort, is

aantal inwoners = 8000 × 0,86^t

Hierin is t in jaren en t = 0 op 1 januari 2007.

25 Met hoeveel procent neemt volgens de formule het aantal inwoners per jaar af?

26 Laat met een berekening zien dat er volgens de formule op 1 januari 2014 in dit dorp 2783 inwoners wonen.

27 Bereken in welk jaar het aantal inwoners gehalveerd is ten opzichte van 1 januari 2007.

Door de bouw van een bedrijventerrein verwacht men dat het inwoneraantal van het dorp niet meer daalt, maar juist gaat stijgen. Men rekent erop dat vanaf 1 januari 2014 het inwoneraantal jaarlijks met 400 inwoners stijgt.
Op 1 januari 2014 zijn er 2783 inwoners.

28 Geef een formule die hoort bij het *aantal inwoners* vanaf 2014. Neem hierin voor t het aantal jaren met t = 0 op 1 januari 2014.

29 In welk jaar heeft het dorp dan voor het eerst weer meer dan 5000 inwoners?

Gif in het meer

In een meer waarin vaak mensen zwemmen, komt per ongeluk 55 kilogram gif in het water. Dit gif verdwijnt maar langzaam. Per uur neemt de hoeveelheid gif af met 1,5%.

Een milieuonderzoeker heeft voor deze situatie de volgende formule opgesteld

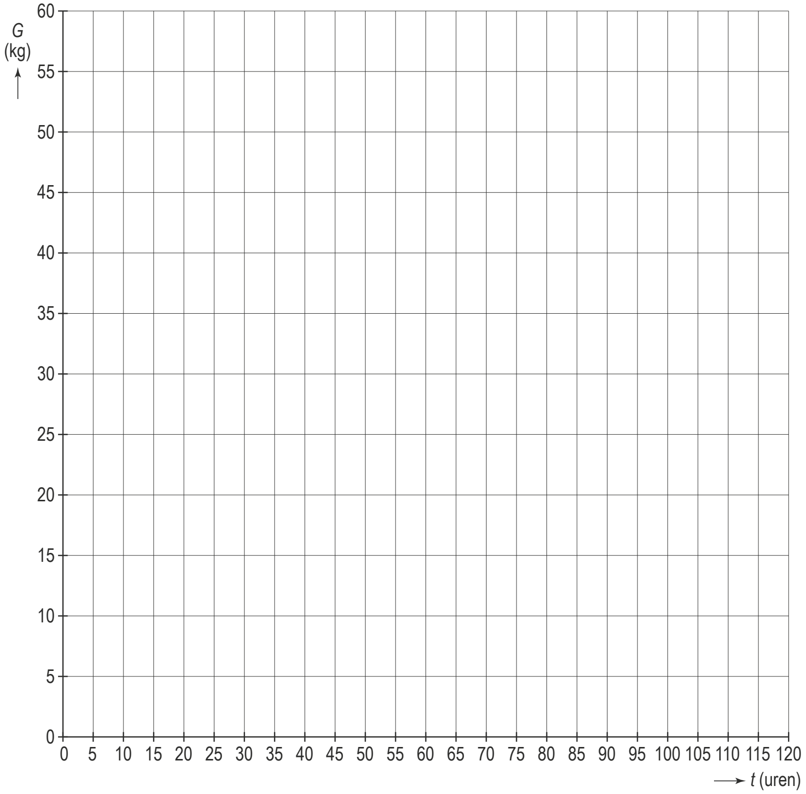
$G = 55 \times 0{,}985^t$

Hierin is *G* de hoeveelheid gif in kilogram die in het meer aanwezig is en *t* is de tijd in uren nadat het gif in het water is gekomen.

30 Laat met een berekening zien dat er na 2 dagen nog ongeveer 27 kilogram gif in het meer zit.

31 Hieronder staan een assenstelsel en een tabel.
→ Teken in dit assenstelsel de grafiek die bij bovenstaande formule hoort.
Je mag daarbij de tabel gebruiken.

t	0	20	40	60	80	100	120
G							



© ThiemeMeulenhoff

32 De milieuonderzoeker zegt dat het meer weer veilig is om in te zwemmen als er minder dan 20% van het gif over is. Dat is een flink aantal uren na het moment dat het gif in het water is gekomen.
→ Bereken bij hoeveel hele uren dat voor het eerst is.

33 De hoeveelheid gif neemt met 1,5% per uur af.
→ Neemt de hoeveelheid gif dan in een dag (24 uur) af met 24 × 1,5% = 36%?
Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

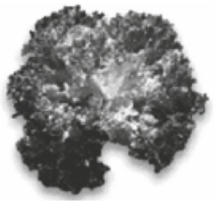
Tuinder

Tuinder Michel koopt verschillende soorten jonge sla-plantjes en kweekt die binnen zijn bedrijf op. Hij kweekt onder andere kropsla, ijsbergsla en eikenbladsla.

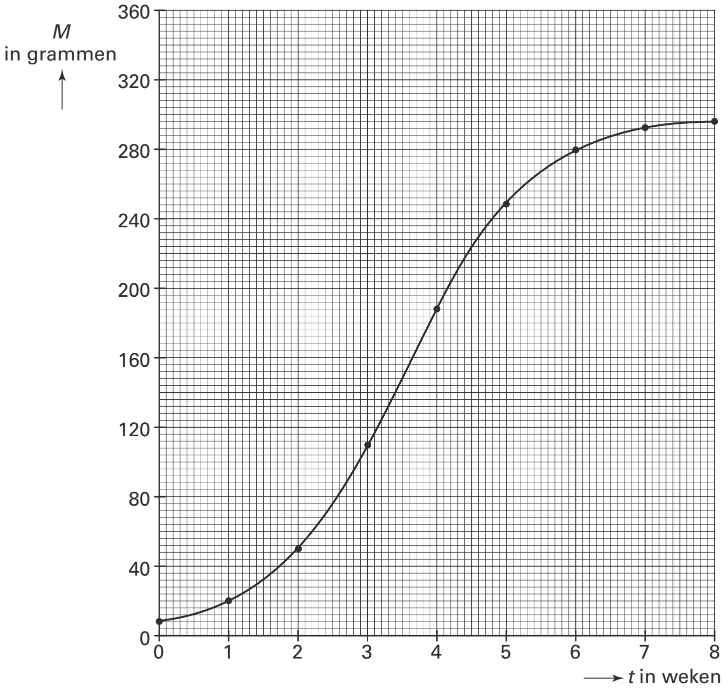
kropsla

ijsbergsla

eikenbladsla



Om het beste moment van oogsten te onderzoeken tekent hij een grafiek van de groei van de planten. Hij tekent onder andere een grafiek van de groei van kropsla.



© ThiemeMeulenhoff

34 Vanaf het moment dat hij kropsla in de aarde zet, weegt hij elke week *t* het gewicht *M* in grammen. Bij *t* = 0 wordt kropsla in de aarde gezet en bij *t* = 8 wordt kropsla geoogst. Deze is dan ongeveer op zijn maximum gewicht.
→ Lees in de grafiek af hoeveel gram kropsla weegt als deze in de aarde gezet wordt.

35 Michel beweert dat kropsla elke week ongeveer in gewicht verdubbelt.
→ Heeft Michel gelijk? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

Van ijsbergsla is het verband tussen het gewicht *M* en de tijd *t* als volgt:

$$M = \frac{350}{1 + 57 \times 0{,}42^t}$$

Hierbij is *M* in grammen en *t* in weken.

36 Laat met behulp van een berekening zien dat ijsbergsla ongeveer 32 gram weegt bij *t* = 2.

In de tabel staat het verband tussen de tijd *t* en het gewicht *M*.

t in weken	0	2	4	6	8	10	14
M in grammen	6	32	126	267			

37 Vul in de tabel de ontbrekende waarden van *M* in hele grammen nauwkeurig in.

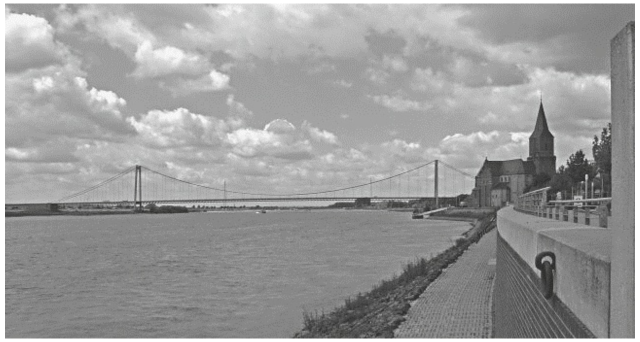
Van eikenbladsla is het verband tussen het gewicht *M* en de tijd *t* als volgt:

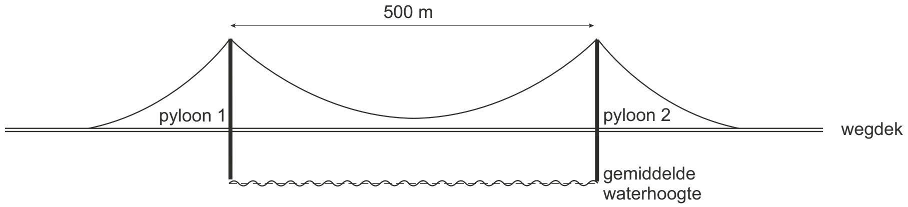
$$M = \frac{335}{1 + 48 \times 0{,}49^t}$$

Hierbij is *M* in grammen en *t* in weken.

38 Ook eikenbladsla wordt geoogst als deze ongeveer op zijn maximale gewicht is.
→ Leg uit hoe zwaar eikenbladsla dan ongeveer zal zijn.

Brug over de Rijn





De brug over de Rijn bij Emmerich is de langste hangbrug van Duitsland.
De afstand tussen de twee pylonen is 500 meter.

De kabel tussen de twee pylonen vormt bij benadering een dalparabool.
De hoogte van de kabel boven de gemiddelde waterhoogte kun je benaderen met de formule

hoogte kabel = 0,0005 × *afstand*^{2} – 0,25 × *afstand* + 70

Hierin zijn hoogte *kabel* en *afstand* in meters. De afstand is gemeten vanaf pyloon 1.

39 Hoeveel meter komt pyloon 1 boven de gemiddelde waterhoogte uit volgens de formule? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

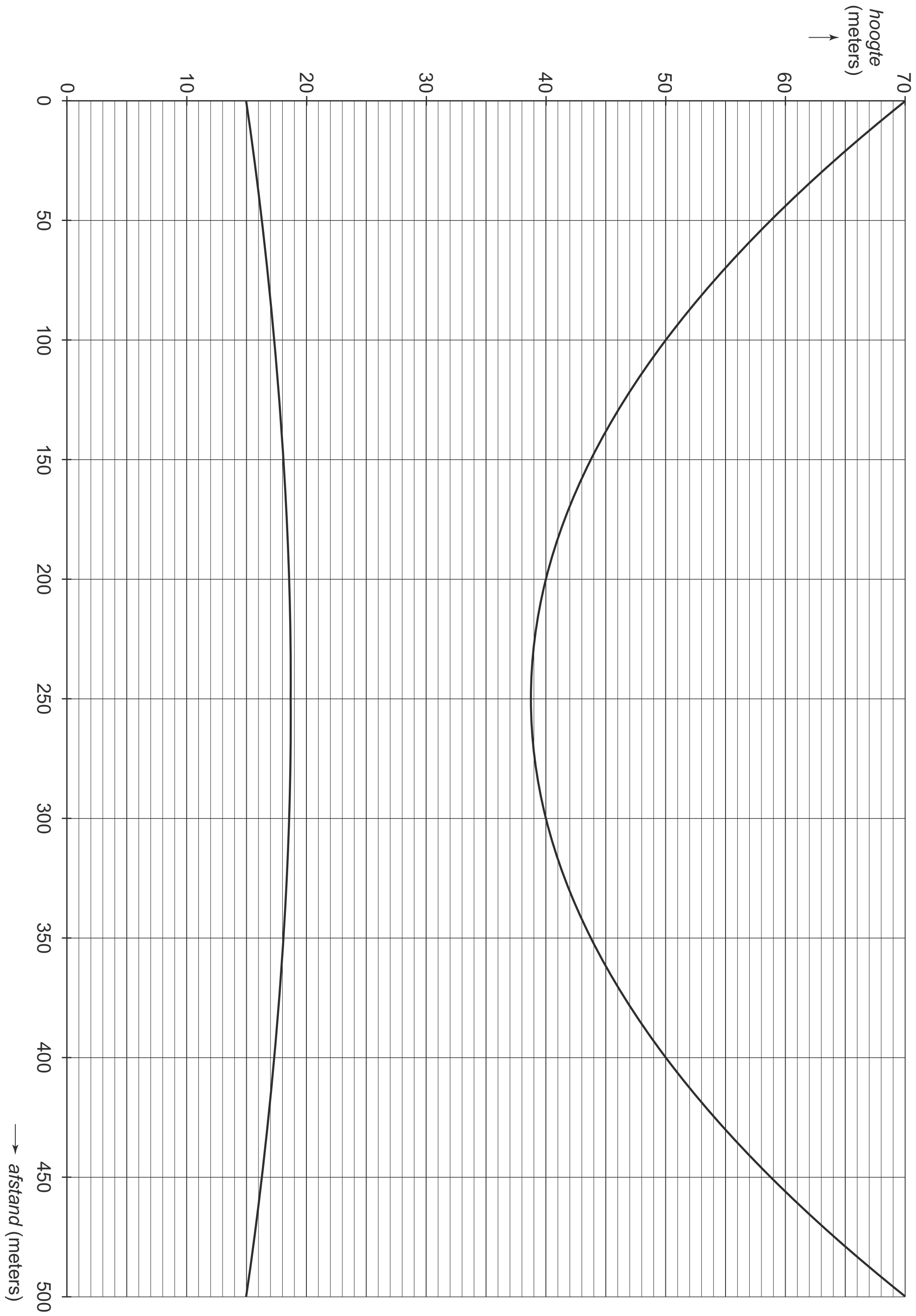
Het wegdek tussen de pylonen lijkt op de tekening horizontaal te lopen, maar heeft in werkelijkheid de vorm van een bergparabool. De hoogte van het wegdek boven de gemiddelde waterhoogte kun je benaderen met de formule

hoogte wegdek = -0,00006 × *afstand*^{2} + 0,03 × *afstand* + 15

Hierin zijn *hoogte wegdek* en *afstand* in meters. De afstand is gemeten vanaf pyloon 1.

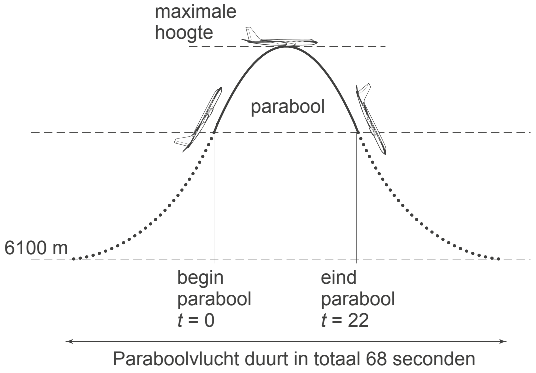
Op de volgende pagina staat een assenstelsel met daarin de grafieken van *hoogte kabel* en *hoogte wegdek* getekend.

40 Bereken de kleinste afstand tussen de kabel en het wegdek in hele meters volgens de formules.



© ThiemeMeulenhoff

Paraboolvlucht



Om te oefenen met gewichtloosheid maken astronauten paraboolvluchten.
Het vliegtuig op de foto wordt gebruikt om paraboolvluchten mee te maken.

Het vliegtuig vliegt op een hoogte van 6100 meter. Op een zeker moment zet de piloot de motoren op vol vermogen en gaat het vliegtuig steil omhoog. Op een bepaalde hoogte zet de piloot de motoren uit (in de tekening bij $t = 0$). Het vliegtuig volgt vanaf dat moment een baan in de vorm van een bergparabool. We noemen dat de parabolische baan. In die parabolische baan heerst er in het vliegtuig gewichtloosheid.
Na 22 seconden verlaat het vliegtuig die parabolische baan en daalt dan weer naar 6100 meter.

De hoogte van het vliegtuig tijdens de parabolische baan kan worden berekend met de volgende formule

$hoogte = -4{,}91 \times (t - 11)^2 + 8500$

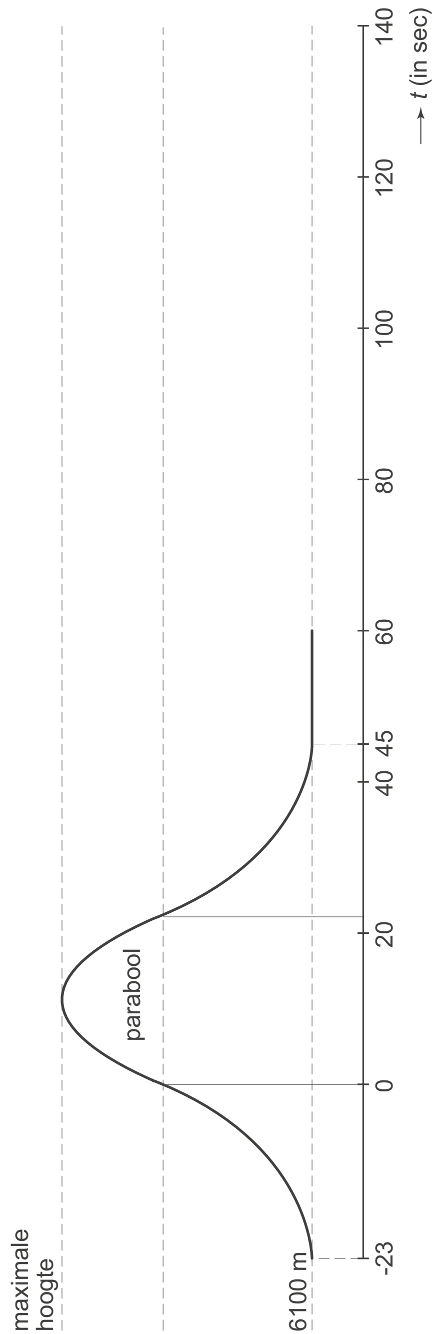
Hierin is de *hoogte* in meters en t de tijd in seconden. Bij $t = 0$ begint de parabool en bij $t = 22$ eindigt de parabool.

41 Laat met een berekening zien dat de hoogte van het vliegtuig bij het begin en het eind van de parabolische baan gelijk is.

42 Bereken hoeveel meter de maximale hoogte van het vliegtuig is tijdens het vliegen van de parabolische baan.

© ThiemeMeulenhoff

43 Na de 68 seconden van de eerste paraboolvlucht vliegt het vliegtuig 15 seconden verder op een hoogte van 6100 meter en dan begint de tweede paraboolvlucht.
Hieronder is de grafiek getekend van de hoogte van het vliegtuig in meters tijdens de eerste paraboolvlucht en de 15 seconden erna.

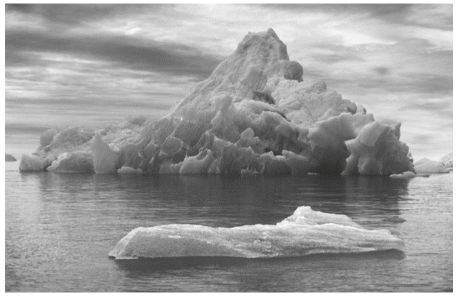


→ Teken in deze figuur de grafiek van de tweede paraboolvlucht erbij.
Geef duidelijk het beginpunt, toppunt en eindpunt van de paraboolvlucht aan.

© ThiemeMeulenhoff

IJsberg

IJsbergen ontstaan doordat grote stukken ijs afbreken van een gletsjer en dan de zee in drijven.
Een ijsberg die naar het zuiden drijft, wordt kleiner doordat hij langzaam smelt. Onderzoekers hebben het gewicht van zo'n ijsberg geschat, zie de tabel.



t (maanden)	0	2	4	6	8	10
G (ton)	80 000	70 000	62 000	55 000	48 000	41 000

In de tabel is t de tijd in maanden na het afbreken van de ijsberg en G het geschatte gewicht van de ijsberg in ton.

44 Bereken met hoeveel procent het gewicht van de ijsberg in de eerste 2 maanden is afgenomen.

De onderzoekers hebben een formule gemaakt die goed bij de tabel past

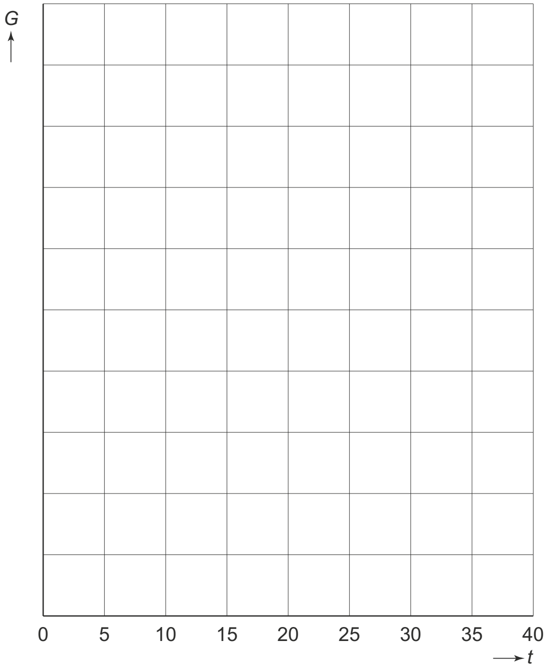
$G = 80\,000 - 4900 \times t + 113 \times t^2 - t^3$

45 Laat met een berekening zien dat in de twintigste maand volgens de formule ongeveer 1600 ton ijs gesmolten is.

46 Hierna staan een tabel en een assenstelsel getekend.
→ Teken in het assenstelsel de grafiek die bij de formule hoort. Gebruik hierbij de tabel. Maak zelf een juiste verdeling bij de verticale as.

© ThiemeMeulenhoff

t (maanden)	0	10	20	30	40
G (ton)					



Rattenplaag

Honderdduizenden ratten eten in een dorp in Afrika alles op wat ze tegenkomen.
De ratten eten ook de verbouwde gewassen op, zodat de inwoners vrezen voor een gebrek aan voedsel.

Op 1 januari 2000 heeft men geschat dat er in een bepaald dorp in Afrika ongeveer 5000 ratten leefden. Als het aantal ratten elk **half jaar** met 30% toeneemt, kun je onderstaande formule gebruiken:

$A = 5000 \times 1{,}3^t$

Hierin is *A* het geschatte aantal ratten en is de tijd *t* het aantal **halve jaren** na 1 januari 2000.

47 Laat met een berekening zien dat er volgens de formule 8450 ratten waren op 1 januari 2001.

48 Bereken met hoeveel procent het aantal ratten is toegenomen op 1 januari 2001 in vergelijking met 1 januari 2000.

© ThiemeMeulenhoff

49 Bereken in welk jaar het aantal ratten volgens de formule voor het eerst meer dan 150 000 zou zijn.

Op 1 januari 2008 schatte men het aantal ratten op 300 000. De overheid besloot om in te grijpen. Men wil dat het aantal ratten met 25% **per half jaar** afneemt. Voor die afname kan de volgende formule gebruikt worden:

$A = 300\,000 \times 0{,}75^t$

Hierin is *A* het aantal ratten en is de tijd *t* het aantal **halve jaren** na 1 januari 2008.

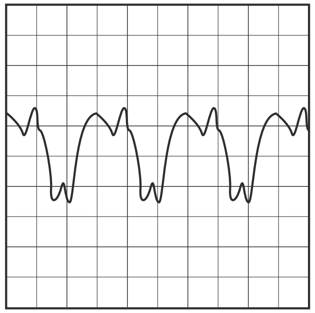
50 Leg uit hoe het getal 0,75 in de formule is gevonden.

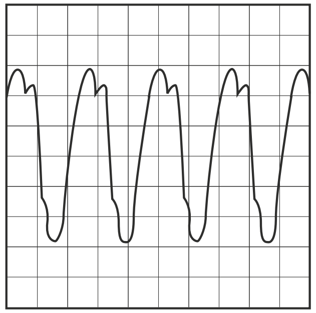
51 Op 1 januari 2010 werd het aantal ratten geschat op 90 000.
→ Is de overheid er in geslaagd om het aantal ratten met 25% **per half jaar** te laten afnemen?

Geluidsgolven

Geluiden zijn trillingen in de lucht. Een geluid verplaatst zich door de lucht.
We spreken dan over geluidsgolven.

52 Geluid kan zichtbaar worden gemaakt met een apparaat dat een geluidstrilling omzet in een elektrische trilling. Hieronder zie je wat het apparaat weergeeft bij twee verschillende geluiden. Elk van deze plaatjes geeft een aantal trillingen weer in een bepaalde tijd (bijvoorbeeld 1 milliseconde). Een trilling is één volledig patroon.


A

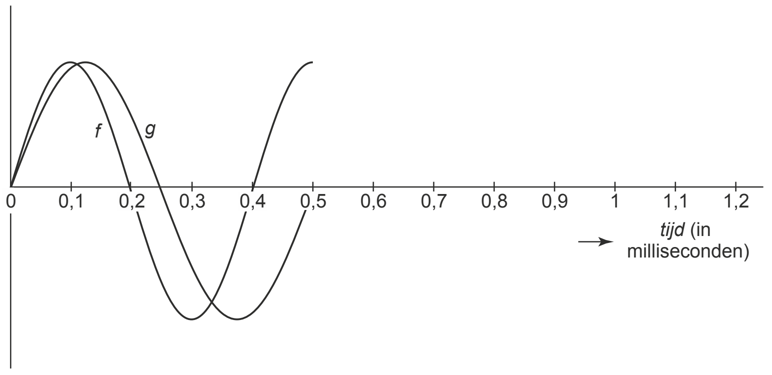

B

Het aantal trillingen per seconde noemen we de frequentie van het geluid.
→ Bij welke figuur hoort een hogere frequentie? Leg uit hoe je aan je antwoord komt.

53 Van een geluid duurt één trilling 0,8 milliseconde.
1 seconde = 1000 milliseconden.
→ Hoeveel trillingen zijn dat in 1 minuut?

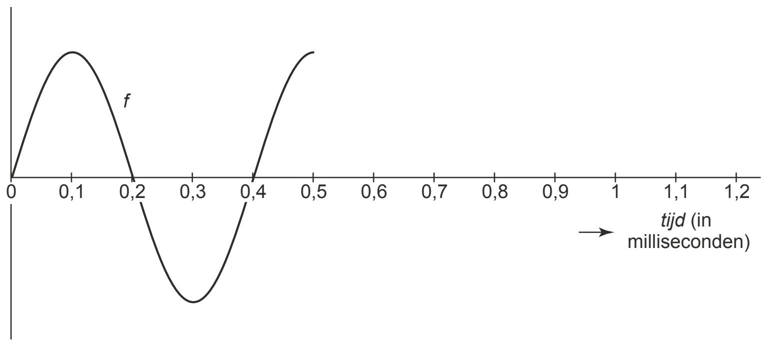
© ThiemeMeulenhoff

Hieronder staan de grafieken van twee geluidsgolven *f* en *g* getekend van 0 tot 0,5 milliseconde.



54 De golven snijden elkaar op de horizontale as in de oorsprong.
→ Na hoeveel milliseconden snijden de golven elkaar voor het eerst weer op de horizontale as? Laat zien hoe je aan je antwoord komt. Je mag de grafieken gebruiken.

55 Geluidsgolf *h* heeft dezelfde amplitude als geluidsgolf *f*. De periode van geluidsgolf *h* is de helft van de periode van geluidsgolf *f*.



→ Teken in de figuur één periode van geluidsgolf *h*.

© ThiemeMeulenhoff

Hints bij hoofdstuk 1

2 Bij lineair zijn de stappen steeds even groot.
3 Kijk naar de tabel.
4 Vul *afstand tot de mast* in.
6 Reken afstand om naar meters en tijd naar seconden.
7 Vul in: *beenlengte* = 0,9
8 Vul eerst de tabel verder in.
9 Vul in de formule in *maximale snelheid* = 3,2. Bereken nu de bijbehorende *beenlengte* met behulp van kwadrateren of insluiten.
10 Gebruik $\frac{\text{daling}}{\text{oorspronkelijk aantal}} \times 100\%$
11 De hoeveelheid in een jaar is steeds 0,95 × de hoeveelheid in het jaar ervoor.
12 De formule voor een lineair verband heeft de vorm $G = ht + b$, met *b* de beginwaarde en *h* het hellingsgetal.
13 Het verschil tussen productie en eigen gebruik werd verkocht.
16 Probeer enkele waarden (lager dan 34) van *a* uit.
17 Het gaat om een toren van 25 lagen minus een toren van 4 lagen.
19 Vul de gegevens in de formule in en bereken *gewicht*.
20 Kijk naar de grenzen die horen bij een normaal gewicht.
21 Bereken eerst zijn *QI*.
22 Kijk goed naar de vorm van de kaars.
23 Vul de gegevens in in de vuistregel.
24 De uitkomst van de vuistregel moet dan minstens 8 zijn. Bereken de omtrek die hierbij hoort.
25 Kijk naar de groeifactor.
26 Bij 1 januari 2014 hoort $t = 7$.
27 Op 1 januari 2007 waren er 8000 inwoners. Wanneer waren er minder dan 4000?
28 Elk jaar een vaste stijging met 400. De startwaarde is 2783.
29 Ga na in hoeveel jaren het aantal inwoners van 2783 tot 5000 stijgt.
30 2 dagen = 48 uur.
31 Vul eerst de tabel in.
32 20% van 55 kg is 11 kg. Los de vergelijking $11 = 55 \times 0{,}985^t$. Kijk in de grafiek met welke *t* je kunt beginnen.
33 Gebruik de formule om het percentage gif na 24 uur te berekenen.
34 Elk streepje is 4 gram.
35 Gebruik de gewichten bij twee opvolgende *t*-waarden.
38 Vul de tabel verder in voor grotere *t*-waarden of beredeneer het antwoord uit de formule.
39 In de top van pyloon 1 begint de dalparabool.
40 De kleinste afstand vind je bij *afstand* = 250. Gebruik de formules.

© ThiemeMeulenhoff

41 Het begin van de baan is op $t = 0$ en het einde van de baan is op $t = 22$.

42 De paraboolbaan is symmetrisch, dus de top ligt in het midden.

43 De tweede paraboolbaan heeft precies dezelfde vorm als de eerste.

44 De daling in procenten bereken je met $\frac{\textit{nieuw gewicht} - \textit{oud gewicht}}{\textit{oud gewicht}} \times 100\%$.

45 Vergelijk de gewichten in de 19^e en 20^e maand.

46 Vul eerst de tabel in. Teken daarna de bijbehorende punten in het assenstelsel.

47 Bedenk dat *t* in halve jaren is.

48 Vergelijk het aantal ratten dat erbij is gekomen met het startmoment.

49 Neem een aantal waarden voor *t* en bereken *A*. Bedenk dat *t* in halve jaren wordt genomen.

51 Als (meer dan) 25% daling juist is, hoeveel ratten zouden er dan (hoogstens) mogen zijn?

52 Het gaat om het aantal trillingen.

53 1 minuut = 60 × 1000 milliseconden.

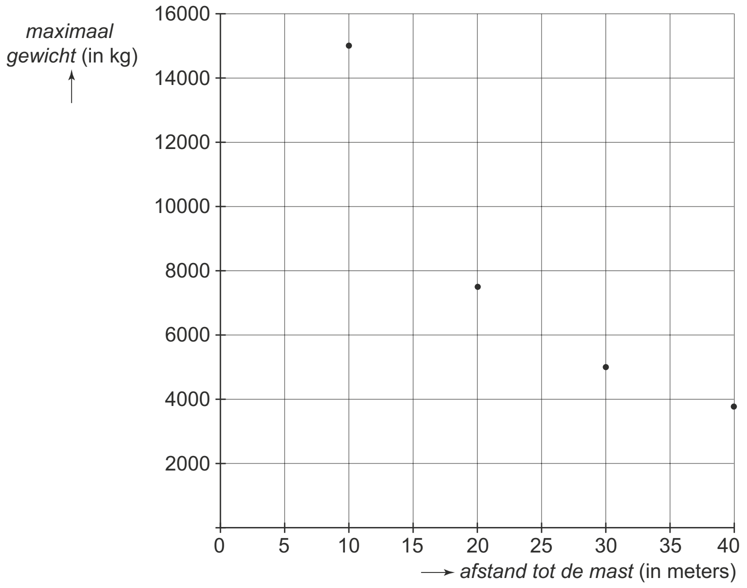
54 Grafiek *f* snijdt de horizontale as in *tijd* = 0 0,2 0,4 0,6 enzovoort.
Ga na wanneer in deze rij weer een getal voorkomt dat ook hoort bij grafiek *g*?

55 De amplitude is de uitslag van een grafiek naar boven (of naar beneden).
De periode is de tijdsduur dat een periodieke grafiek zich weer herhaalt.

Uitwerkingen bij hoofdstuk 1

Torenkraan

1



2 Bij een toename van de afstand van 10 naar 20 neemt het gewicht af met 7500.
Bij een toename van de afstand van 20 naar 30 neemt het gewicht af met 2500.
De afnames zijn niet gelijk, dus het verband is niet lineair. Ella heeft geen gelijk.
Je kunt ook opmerken dat het product van afstand en gewicht steeds gelijk is; dat is geen lineair verband (maar een hyperbolisch).

3 In de tabel is te zien dat hoe kleiner de afstand hoe groter het maximale gewicht.
Voor een groot gewicht moet de machinist dus een kleine afstand kiezen.

4 Vul in *afstand tot de mast* = 12. Dat geeft 12 × *maximaal gewicht* = 150 000, dus

maximaal gewicht = $\frac{150\,000}{12}$ = 12 500 kg.

5 45 × 7500 = 337 500.
De woordformule is dan: *afstand tot de mast* × *maximaal gewicht* = 337 500

Snelwandelen

6 50 km = 50 × 1000 meter = 50 000 meters.
3 uur 35 minuten en 47 seconden = 3 × 60 × 60 + 35 × 60 + 47 = 12 947 seconden.

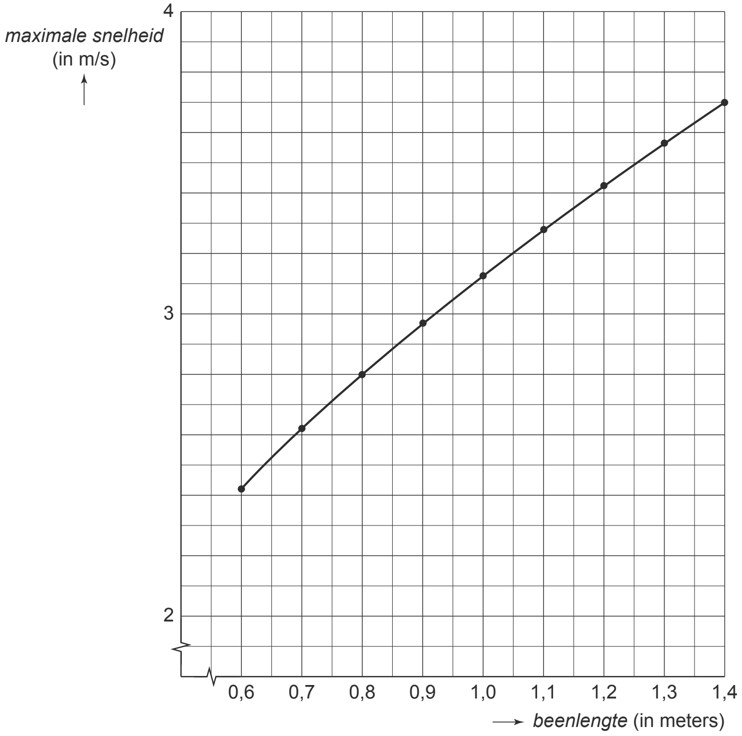
De gemiddelde snelheid is dan $\frac{50\,000}{12\,947}$ m/s = 3,861… m/s.

Afgerond op één decimaal is dat 3,9 m/s.

7 *maximale snelheid* = $\sqrt{9{,}8 \times 0{,}9} = \sqrt{8{,}82}$ = 2,969… m/s.
Afgerond is dat 2,97 m/s.

8 *Vul de waarden voor beenlengte uit de tabel in de formule in. Dat geeft de volgende ingevulde tabel. Teken daarmee de grafiek.*

beenlengte in meters	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4
maximale snelheid in m/s	2,42	2,62	2,80	2,97	3,13	3,28	3,43	3,57	3,70



9 Los op $3{,}2 = \sqrt{(9{,}8 \times \textit{beenlengte})}$
1^e^ manier (met kwadrateren)
$(3{,}2)^2 = 9{,}8 \times$ *beenlengte*
$10{,}24 = 9{,}8 \times$ *beenlengte*

beenlengte $= \frac{10{,}24}{9{,}8} = 1{,}044\ldots$ meter. Dat is 104,4… centimeter.

Afgerond op hele centimeters is de beenlengte van Elvira dan 104 centimeter.

2^e^ manier (met inklemmen; je kunt beginnen met beenlengte = 1,00; zie de tabel in vraag 8)

beenlengte **(in meter)**	**bijbehorende maximale snelheid in m/s**	
1,00 (start)	3,130…	is lager dan 3,2
1,01	3,146…	is lager dan 3,2
1,07	3,238…	is hoger dan 3,2
1,05	3,207…	is hoger dan 3,2
1,04	3,194…	is afgerond 3,2

Afgerond op hele centimeters is de beenlengte van Elvira dan 104 centimeter.

© ThiemeMeulenhoff

Olie

10 De productie daalt met 4000 – 1500 = 2500 miljoen ton.
In 2015 was er 4000 miljoen ton geproduceerd.

De afname in procenten is dan $\frac{2500}{4000} \times 100\% = 62{,}5\%$

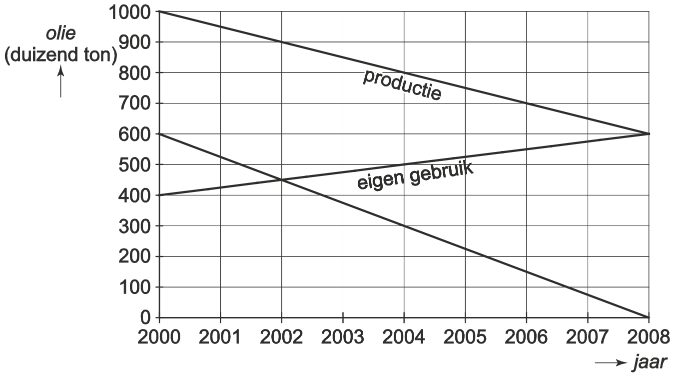
11 *In 2041 vermenigvuldig je dan de productie van 2040 met 0,95. In 2042 vermenigvuldig je dan de productie van 2041 met 0,95. Dus voor 2042 vermenigvuldig je dan de productie van 2040 met $0{,}95^2$. Van 2040 tot 2050 is 10 jaar. De productie in 2040 is 1500 miljoen ton.*
De productie in 2050 is dan 1500 miljoen ton $\times\, 0{,}95^{10}$ = 898,105… miljoen ton of afgerond 898 miljoen ton.

12 De stijging van het eigen gebruik van 2000 tot 2004 is 100 (duizend ton)*(zie grafiek).*

Het hellingsgetal is dan $\frac{100}{4} = 25$.

De beginwaarde is 400 (duizend ton).
De formule is dan $G = 25t + 400$, met G in duizend tonnen en t het aantal jaren na 2000.

13 *Het verschil van twee lineaire verbanden is weer een lineair verband. De grafiek van het verschil is dus ook weer een rechte lijn. In 2000 werd 1000 – 400 = 600 (duizend ton) olie verkocht. In 2008 werd 0 ton olie verkocht.*
Trek nu een rechte lijn tussen de punten (2000, 600) en (2008, 0).



Blikken stapelen

14

aantal lagen *a*	1	2	3	4	5	6	7	8	9
totaal aantal blikken *b*	1	3	6	10	15	21	28	36	45

15 Vul in $a = 34$. Dat geeft $b = \frac{1}{2} \times 34 \times (34 + 1) = 17 \times 35 = 595$.

© ThiemeMeulenhoff

16 *Begin met een waarde voor a lager dan 34 (zie vraag 15).*

a	aantal blikken	aantal blikken hoger of lager dan 500?
33	$b = \frac{1}{2} \times 33 \times (33 + 1) = 561$	hoger dan 500, neem *a* lager
32	$b = \frac{1}{2} \times 32 \times (32 + 1) = 528$	hoger dan 500, neem *a* lager
31	$b = \frac{1}{2} \times 31 \times (31 + 1) = 496$	lager dan 500; klaar

Er kan dus een toren van maximaal 31 lagen gebouwd worden.

17 *Trek het aantal blikken van een toren van 4 lagen af van die van een toren van 25 blikken.*

Voor een toren van 25 lagen zijn $\frac{1}{2} \times 25 \times (25 + 1) = 325$ blikken nodig.

Voor een toren van 4 lagen zijn $\frac{1}{2} \times 4 \times (4 + 1) = 10$ blikken nodig.

Voor de gevraagde toren zijn dan 325 – 10 = 315 blikken nodig.

Queteletindex

18 Invullen van de gegevens in de formule geeft: $QI = \frac{70}{(1{,}78)^2} = 22{,}093\ldots$

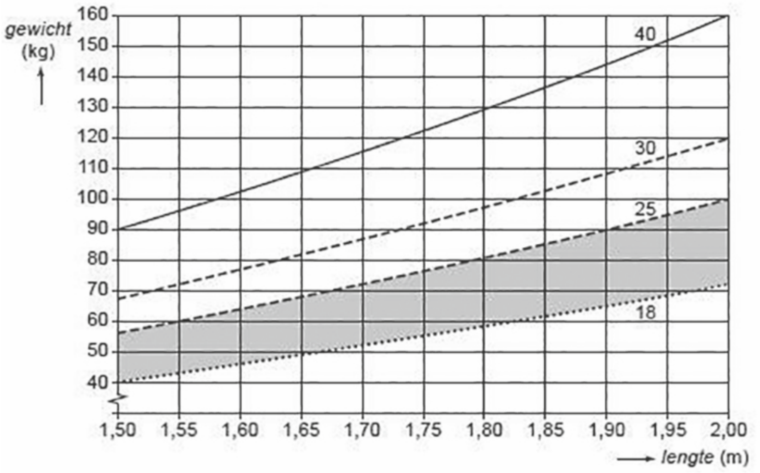
Afgerond op een geheel getal geeft dat $QI = 22$.

19 Invullen van de gegevens in de formule geeft: $24 = \frac{gewicht}{(1{,}72)^2}$

Dat geeft $gewicht = 24 \times (1{,}72)^2 = 71{,}001\ldots$

Afgerond zal zijn gewicht 71 kilogram moeten zijn.

20 *Het gebied moet liggen tussen de lijnen QI = 18 en QI = 25. Kleur het gebied ertussen.*

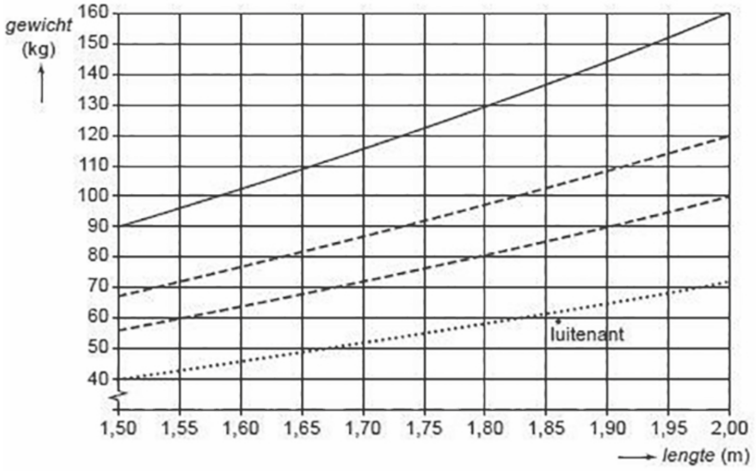


21 *1^e manier (met een berekening)*

$QI = \frac{59}{(1{,}86)^2} = 17{,}053\ldots$; afgerond 17. Deze *QI* hoort bij ondergewicht.

2^e manier (met de grafiek)

In onderstaande grafiek is de *QI* van de 'luitenant' aangegeven. Deze ligt onder de grenslijn *QI* = 18 van ondergewicht.



Piramidekaars

22 De kaars is smal aan de bovenkant. Hij brandt daar dus sneller op en de hoogte neemt dan snel af. Grafiek B past daarom het beste bij de kaars van Mariska.

Houtwaarde

23 Invullen in de vuistregel geeft: $houtwaarde = (1{,}3)^2 \times 12 \times 0{,}08 = 1{,}62\ldots$ m^3.
Afgerond op één decimaal $houtwaarde = 1{,}6$ m^3.

24 Dan moet gelden: $(\text{omtrek})^2 \times 15 \times 0{,}08 = 8$. Dat geeft $(\text{omtrek})^2 \times 1{,}2 = 8$.

Verder uitwerken geeft: $(\text{omtrek})^2 = \frac{8}{1{,}2} = 6{,}66\ldots$ en dus omtrek $= \sqrt{6{,}66\ldots} = 2{,}58\ldots$ m.

De omtrek (in één decimaal) moet dan minstens 2,6 meter zijn.

Dorp

25 *De groeifactor 0,86 is te schrijven als* $1 - \frac{14}{100}$

Een afname van 14 %.

26 Vul in $t = 7$. Dat geeft: $aantal\ inwoners = 8000 \times 0{,}86^7 = 2783$ (afgerond).

27 *aantal inwoners* = 8000 × $0{,}86^t$, met t = 0 op 1 januari 2007

t	aantal inwoners	minder dan 4000?	datum
0	8000	nee, neem t groter	op 1 januari 2007
4	4376	nee, neem t groter	op 1 januari 2011
5	3763	ja, klaar	op 1 januari 2012

In de loop van 2011 zal het aantal inwoners gehalveerd zijn.

28 *aantal inwoners* = 2783 + 400 × t, met t in jaren en t = 0 op 1 januari 2014

29 De totale groei is 5000 – 2783 = 2217. Dat kost $\frac{2217}{400}$ = 5,54...jaren.
t = 5 hoort bij 1 januari 2019, dus in de loop van 2019.

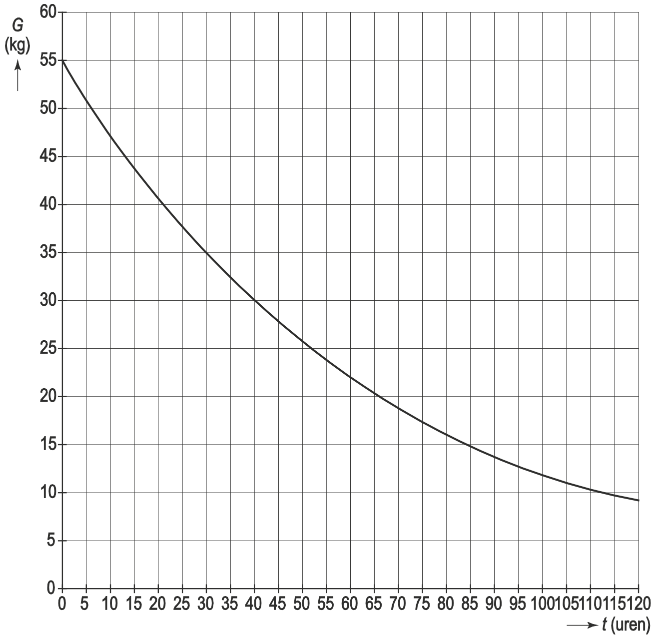
Gif in het meer

30 Vul in de formule t = 48 in. Dat geeft:
$G = 55 \times 0{,}985^{48} = 26{,}62...$
Dat is ongeveer 27 kilogram.

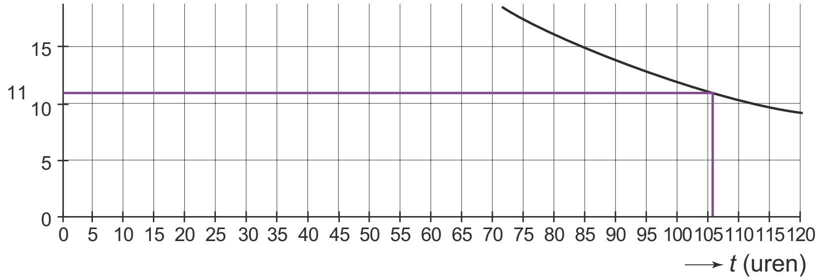
31 *De ingevulde tabel ziet er als volgt uit:*

t	0	20	40	60	80	100	120
G	55	40,7	30	22,2	16,4	12,1	9

Dat geeft de volgende grafiek:



32 *20% van 55 is 11 kilogram. Los op: 11 = 55 × 0,985* ^{t}. *Vul waarden in voor t en bereken of G = 11.*
Uit de grafiek zie je dat je kunt beginnen met t = 105.



t (in uren)	G (in kilogram)	hoger of lager dan 11?
105	$55 \times 0{,}985^{105} = 11{,}25...$	te hoog, dus probeer t = 106
106	$55 \times 0{,}985^{106} = 11{,}08...$	te hoog, dus probeer t = 107
107	$55 \times 0{,}985^{107} = 10{,}91...$	lager dan 11, klaar

Dus na 107 uren is er minder dan 20% van het gif over en is het meer weer veilig om te zwemmen.

33 *1e manier (met de formule)*
Uit de formule volgt dat de hoeveelheid gif na 24 uur gelijk is aan G = 38,26... kg, dus een afname van 55 – 38,2... = 16,73...kg.
36% van 55 is 19,8 kg. Dat is meer dan 16,73...kg
De bewering klopt niet.

2e manier (met een tegenvoorbeeld)
Neem eens t = 100. Als de bewering zou kloppen dan zou de afnamen na 100 uur gelijk zijn aan 100 × 1,5% = 150%. Dat kan niet, dus de bewering klopt niet.

3e manier (met kennis van exponentiële - en lineaire groei)
De afname met 1,5% per uur is een exponentiële afname. De berekening 24 × 1,5% gaat uit van een afname met hetzelfde bedrag per uur. Dat is lineaire afname.
De bewering is dus onjuist.

Tuinder

34 Bij t = 0 is M = 8 gram.

35 *1e manier (opvolgende waarden gebruiken)*
Bij t = 4 is M = 188 gram.
Bij t = 5 is M = 248 gram.
Omdat 2 x 188 niet gelijk is aan 248 heeft Michel geen gelijk.
Je kunt natuurlijk ook twee andere opvolgende t-waarden gebruiken.

2e manier (grafiek gebruiken)
Aan de grafiek is gelijk te zien dat het gewicht niet elke week verdubbelt. Bij een verdubbeling van het gewicht elke week zou de grafiek steeds sneller moeten stijgen. Het is immers een exponentieel verband. Dat is duidelijk hier niet het geval.

© ThiemeMeulenhoff

© ThiemeMeulenhoff

36 Vul in $t = 2$.

Dit geeft $M = \frac{350}{1+57\times 0{,}42^2} = \frac{350}{11{,}0548} \approx 31{,}7$ gram.

Dat is ongeveer 32 gram.

37 *Invullen van de verschillende t-waarden in de formule van M geeft de volgende tabel:*

t (in weken)	0	2	4	6	8	10	14
M (in grammen)	6	32	126	267	332	347	350

38 *Bereken M voor een aantal t-waarden totdat M niet echt veel groter meer wordt.*
1e manier (tabel invullen)

t (in weken)	6	10	14	18	20	22
M (in grammen)	201	320	334	335	335	335

2e manier (redeneren)
Als t steeds groter wordt dan komt $0{,}49^t$ steeds dichter bij 0. De noemer van de formule komt dus steeds dichter bij 1. De hele breuk komt dan steeds dichter bij 335. Het gewicht van eikenbladsla kan dus nooit groter worden dan 335 gram.

Brug over de Rijn

39 *De dalparabool beging in de top van pylon 1, dus de afstand = 0.*
hoogte kabel = $0{,}0005 \times 0^2 - 0{,}25 \times 0 + 70 = 70$.
Pyloon 1 komt dus 70 m boven de waterhoogte uit.

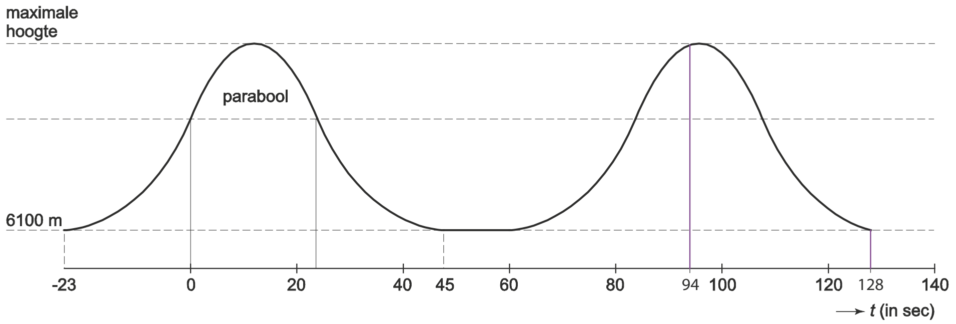
40
- *minimum kabel*
  Het minimum van de kabelparabool ligt bij afstand = 250 m.
  Invullen in de formule: hoogte kabel = $0{,}0005 \times 250^2 - 0{,}25 \times 250 + 70 = 38{,}75$
  Dus het minimum ligt 38,75 m boven de waterhoogte.
- *maximum wegdek*
  Het maximum van de wegdekparabool ligt bij afstand = 250 m.
  Invullen in de formule: hoogte wegdek = $-0{,}00006 \times 250^2 + 0{,}03 \times 250 + 15 = 18{,}75$
  Dus het maximum ligt 18,75 m boven de waterhoogte
- *kleinste afstand*
  De kleinste afstand tussen de kabel en het wegdek is dan $38{,}75 - 18{,}75 = 20$ m.

Paraboolvlucht

41 Vul in $t = 0$. Dat geeft *hoogte* = $-4{,}91 \times (0 - 11)^2 + 8500$.
Uitwerken geeft: *hoogte* = $-4{,}91 \times (-11)^2 + 8500 = -4{,}91 \times 121 + 8500 = 7905{,}89$ m.
Vul in $t = 22$. Dat geeft: *hoogte* = $-4{,}91 \times (22 - 11)^2 + 8500$.
Uitwerken geeft: *hoogte* = $-4{,}91 \times (11)^2 + 8500 = -4{,}91 \times 121 + 8500 = 7905{,}89$ m.
Conclusie: De hoogtes zijn gelijk.
Omdat $(-11)^2 = (11)^2$ kun je daaruit ook al de conclusie trekken dat de hoogtes gelijk zijn.

42 Vul in $t = 11$. Dat geeft: *hoogte* = $-4{,}91 \times (11 - 11)^2 + 8500$.
Uitwerken geeft: *hoogte* = $-4{,}91 \times (0)^2 + 8500 = 8500$ m.

43 De tweede paraboolbaan eindigt bij $t = 60 + 68 = 128$. De top van de tweede paraboolbaan ligt bij $t = 60 + 23 + 11 = 94$.
De grafiek is op 75% getekend.



IJsberg

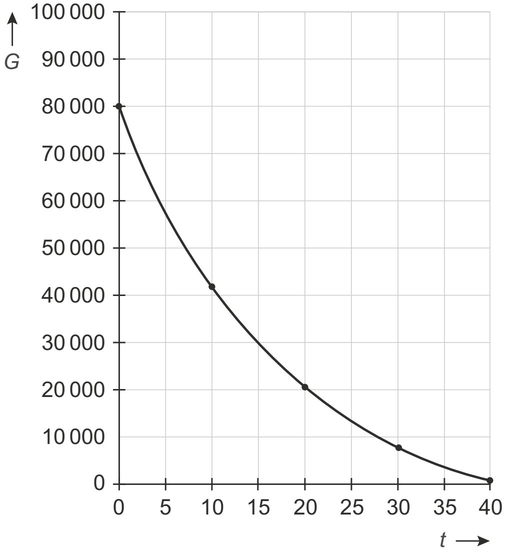
44 De daling is 10 000 ton. Het oude gewicht is 80 000. Dan is de daling in procenten:
$\frac{10\,000}{80\,000} \times 100\% = 12{,}5\%$.
Het antwoord 13% is ook goed.

45 Invullen van $t = 19$ geeft het gewicht aan het eind van de 19e maand.
$G = 80\,000 - 4900 \times 19 + 113 \times 19^2 - 19^3 = 80\,000 - 93\,100 + 40\,793 - 6859 = 20\,834$ ton.
Invullen van $t = 20$ geeft het gewicht aan het eind van de 20e maand.
$G = 80\,000 - 4900 \times 20 + 113 \times 20^2 - 20^3 = 80\,000 - 98\,000 + 45\,200 - 8000 = 19\,200$ ton.
De afname in gewicht in de 20e maand is dan $20\,834 - 19\,200 = 1634$ ton; dus ongeveer 1600 ton is gesmolten.

46 Invullen van de *t*-waarden in de formule van *G* geeft de volgende tabel:

t (maanden)	0	10	20	30	40
G (ton)	80 000	41 300	19 200	7700	800

Dat geeft de volgende grafiek.



Rattenplaag

47 Vul in $t = 2$. Dat geeft $A = 5000 \times 1{,}3^2 = 8450$.

48 Op 1 januari 2000 waren er 5000 ratten.
Op 1 januari 2001 waren er 8450 ratten.
1ᵉ manier
Er zijn 3450 ratten bij gekomen. Dat is $\frac{3450}{5000} \times 100\% = 69\%$.

2ᵉ manier
De groeifactor is $\frac{8450}{5000} = 1{,}69$. Dat is 69%.

3ᵉ manier
De groeifactor in een half jaar is 1,3.
De groeifactor in een jaar is $1{,}3^2 = 1{,}69$. Dat is 69%.

49

na t =	aantal ratten A	A hoger of lager dan 150 000?
10	5000 × 1,310 = 68 929	lager dan 150 000, neem t hoger
12	5000 × 1,312 = 116 490	lager dan 150 000, neem t hoger
13	5000 × 1,313 = 151 437	iets hoger dan 150 000; klaar

Na 13 halve jaren is het aantal ratten voor het eerst meer dan 150 000. Dat zijn 6,5 jaren na 1 januari 2000, dus in het jaar 2006.

50 Er is een afname van 25%. Dat betekent een groeifactor van $1 - 0{,}25 = 0{,}75$.

51 *1ᵉ manier (kijk naar aantal ratten)*
Op 1 januari 2010 zijn er vier halve jaren voorbij.
Vul in $t = 4$. Dat geeft $A = 300\,000 \times 0{,}75^4 = 94\,922$.
Op 1 januari 2010 waren er 90 000 ratten. Er zijn er dus minder. De afname is dus wat groter dan 25%. De overheid is geslaagd.

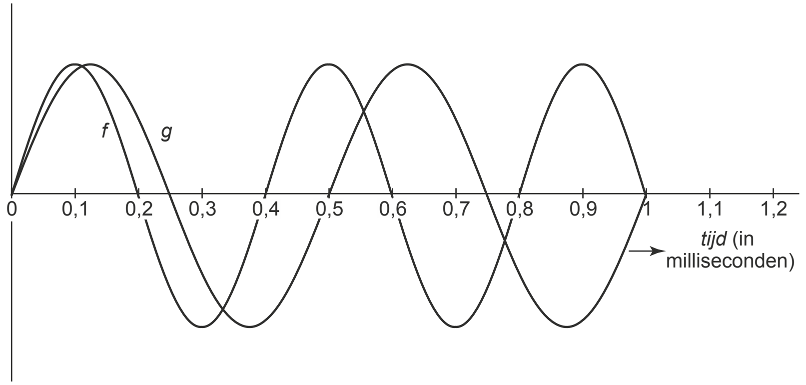
2ᵉ manier (kijk naar de groeifactor)
Op 1 januari 2008 waren er 300 000 ratten.
Op 1 januari 2010 waren er 90 000 ratten.
Het aantal ratten is in vier halve jaren met 210 000 afgenomen.
Dat is $\frac{210\,000}{300\,000} \times 100\% = 70\%$. De toename is dan 30%.
De groeifactor in vier halve jaren is dan 0,30.
De groeifactor per half jaar is dan $\sqrt[4]{0{,}30} = 0{,}74$. Dat is een groei met 74% en dus een afname van 26%. Dat is meer dan 25%. De overheid is geslaagd.

Geluidsgolven

52 De tijdsduur bij de twee figuren is dezelfde. In figuur A zijn drie trillingen en in figuur B zijn vier trillingen. In figuur B zijn er meer trillingen in dezelfde tijdsduur. Bij figuur B hoort dus de hogere frequentie.

53 *1 minuut is 60 000 milliseconden. Eén trilling duurt 0,8 milliseconden.*
In 1 minuut zijn er $\frac{60\,000}{0{,}8} = 75\,000$ trillingen.

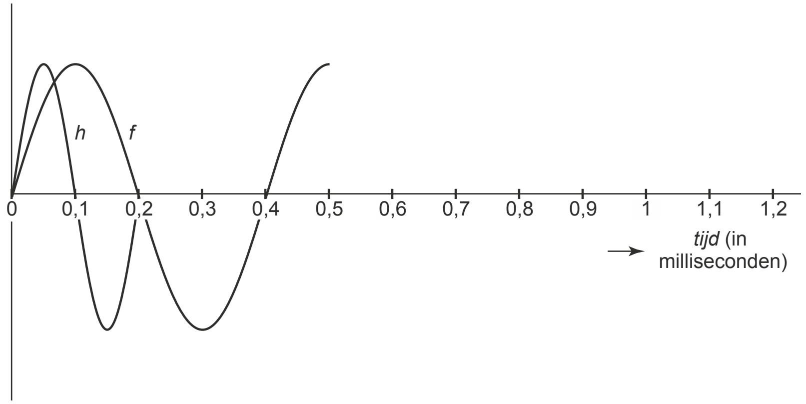
54 *1ᵉ manier (kijk naar de grafieken)*
Teken de twee grafieken door, tot ze elkaar weer snijden.



Na 1 milliseconde snijden ze elkaar weer op de horizontale as.

2ᵉ manier (kijk naar de tijd)
Grafiek f snijdt de horizontale as in *tijd* = 0 0,2 0,4 0,6 0,8 1,0 1,2 1,4
Grafiek g snijdt de horizontale as in *tijd* = 0 0,25 0,5 0,75 1,0 1,25 1,5
tijd = 1,0 is het eerstvolgende zelfde getal in de twee rijen.
Dus na 1 milliseconde snijden ze elkaar weer op de horizontale as.

55 *De hoogte (amplitude) naar boven en beneden van grafiek h is dezelfde als van grafiek f. De periode van grafiek f is 0,4 milliseconden. De periode van grafiek h is de helft, dus de periode van grafiek h is 0,2 milliseconden.*

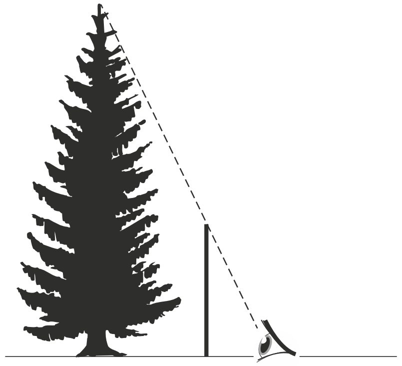


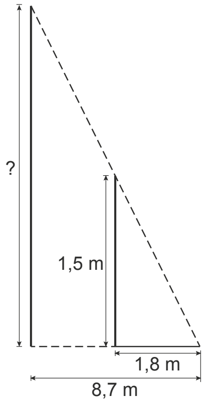
2 Rekenen, meten en schatten

Boomhoogte

1 De hoogte van een boom kan worden geschat met behulp van de volgende methode:

Zet een stok recht in de grond. Leg je hoofd op de grond zodat je oog zo laag mogelijk is. Schuif achteruit tot je de punt van de stok en de top van de boom in één lijn ziet. Meet de afstand van je oog tot de stok en van je oog tot de boom.





Iemand heeft de methode gevolgd en de maten gevonden die in de schets rechts staan.
→ Bereken de hoogte van de boom.

Bloedvaten

Bloedvaten maken deel uit van de bloedsomloop.

2 Bij een volwassen man stroomt door de bloedvaten 6 liter bloed.
In 1 mm^3 bloed zitten 5 000 000 rode bloedcellen.
→ Bereken hoeveel rode bloedcellen er in 6 liter bloed zitten.
Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie.

Patat

3 Per jaar wordt in Nederland ongeveer 5 miljard kilogram aardappelen geoogst. De helft hiervan wordt gebruikt voor het maken van patat. Om 1 kilogram patat te maken, heb je 2 kilogram aardappelen nodig.
→ Bereken hoeveel kilogram patat er van deze 5 miljard kilogram aardappelen gemaakt wordt.

© ThiemeMeulenhoff

Noordpoolijs

NOORDPOOLIJS VERDWIJNT

De ijskap op de Noordpool is in de afgelopen honderd jaar nog nooit zo klein geweest. Als er geen maatregelen worden genomen zal de komende jaren het ijsoppervlak steeds sneller afnemen. Volgens onderzoekers was op 1 september 1975 het ijsoppervlak 7 miljoen vierkante kilometer. Op 1 september 2005 was dit nog maar 5,35 miljoen vierkante kilometer.

In de krant stond bovenstaand artikel.

4 Laat met een berekening zien dat tussen 1975 en 2005 de gemiddelde afname van het ijsoppervlak 0,055 miljoen vierkante kilometer per jaar was.

Fotoboek

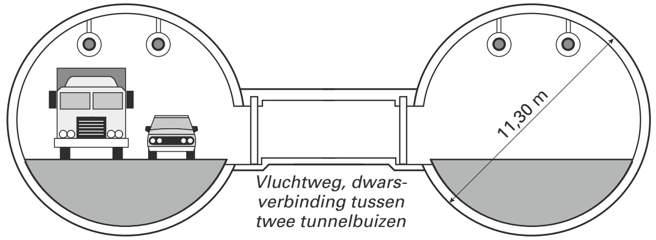
In een fotoboek staan alle molens uit Zuid-Holland. Om reclame te maken voor het boek werden alle pagina's achter elkaar, op één rol papier afgedrukt.
Deze afdruk van het fotoboek, die hierboven te zien is, is 140 m lang. De hoogte is 60 cm.

5 Het fotoboek werd gedrukt op een speciale printer. Deze printer print gemiddeld 16 m^2 per uur. De printer begon om 9:00 uur met printen.
→ Bereken hoe laat de printer klaar was met het printen van het fotoboek.

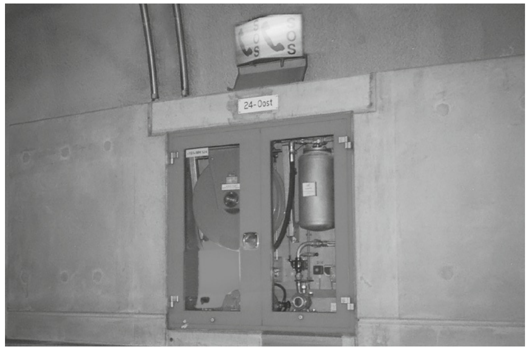
© ThiemeMeulenhoff

Westerscheldetunnel

Op 14 maart 2003 is de Westerscheldetunnel geopend. Dit is een tunnel in Zeeland die onder het water van de Westerschelde door gaat.
De tunnel bestaat uit twee tunnelbuizen. Elke tunnelbuis is geboord met een enorme boormachine met een diameter van 11,30 meter.
Elke tunnelbuis is in totaal 6600 meter lang.



6 Elke werkdag werd er gemiddeld 12 meter geboord.
→ Bereken hoeveel werkdagen het boren van één tunnelbuis heeft geduurd.



7 Aan één kant van een tunnelbuis hangt om de 50 meter een brandblusser.
Zie bovenstaande foto. Er hangt geen brandblusser aan het begin en aan het eind van de tunnel.
→ Bereken hoeveel brandblussers er in één tunnelbuis hangen.

© ThiemeMeulenhoff

Zorgbijdrage

Sommige oudere mensen wonen in een verzorgingshuis. Voor de verzorging moeten zij per jaar een zorgbijdrage van 4% van hun eigen vermogen betalen.

8 Mevrouw Klein woont in een verzorgingshuis en betaalt dit jaar een zorgbijdrage van € 4920,-.
→ Hoeveel eigen vermogen heeft mevrouw Klein dit jaar?

De regering wil de zorgbijdrage verhogen van 4% naar 12%.

9 Mevrouw De Groot woont in een verzorgingshuis en heeft een eigen vermogen van € 67 000,-.
→ Hoeveel euro gaat mevrouw De Groot dit jaar meer betalen door de verhoging?

10 Op 1 januari 2015 was het eigen vermogen van mevrouw De Groot € 67 000,-.
Zij mag € 20 000,- eigen vermogen overhouden, dan hoeft zij geen zorgbijdrage meer te betalen. Ga ervan uit dat haar eigen vermogen met 12% per jaar daalt.
→ Bereken op 1 januari van welk jaar het eigen vermogen van mevrouw De Groot voor het eerst lager is dan € 20 000,-.

© ThiemeMeulenhoff

Pieterpad

Het Pieterpad is de oudste wandelroute van Nederland. Het loopt van Pieterburen tot aan de Pietersberg. De route is in totaal 492 km lang.

11 Naar schatting lopen jaarlijks 40 000 wandelaars het Pieterpad helemaal.
→ Hoeveel miljoen kilometer hebben deze wandelaars in totaal in een jaar op het Pieterpad gewandeld? Rond je antwoord af op hele miljoenen.

Bram en Toos wandelen in één dag van Pieterburen naar Groningen.
Dit is een wandeling van 28 km.

12 Hoeveel procent van het Pieterpad hebben Bram en Toos die dag gewandeld?

13 Bram en Toos vertrekken 's morgens om 8.45 uur in Pieterburen en komen 's middags om 15.30 uur in Groningen aan. Ze hebben onderweg een pauze van anderhalf uur gehad.
→ Bereken de gemiddelde wandelsnelheid van Bram en Toos in km per uur zonder de pauze. Rond je antwoord af op één decimaal.

© ThiemeMeulenhoff

Kettingmail

Een museum heeft extra geld nodig voor een speciale tentoonstelling. Dat geld willen ze ophalen met een e-mailactie. Ze sturen een e-mail naar 4 mensen. Aan deze mensen wordt gevraagd om 10 euro te schenken aan het museum en de e-mail door te sturen naar 4 andere mensen en hen ook te vragen om 10 euro te schenken aan het museum. Dit noemen we een kettingmail.

We gaan er in deze opgave vanuit dat iedereen die zo'n e-mail ontvangt, de 10 euro schenkt en de e-mail aan 4 andere mensen doorstuurt.
De eerste 4 mensen die de e-mail ontvangen horen bij ronde 1.

Het verband tussen het aantal e-mails en de (bijbehorende) ronde wordt gegeven door de formule

$A = 4^r$

Hierin is A het aantal e-mails dat verstuurd wordt in ronde r.

14 Laat met een berekening zien dat er in ronde 3 al meer dan 50 e-mails worden verstuurd.

15 Bereken in welke ronde er 1024 e-mails verstuurd worden.

16 In totaal moet er 50 000 euro opgehaald worden om de tentoonstelling door te laten gaan. Omdat iedereen meedoet, is er na de eerste ronde 40 euro binnen, na de tweede ronde 40 + 160 = 200 euro, enzovoort.
→ Na welke ronde is er 50 000 euro opgehaald?

© ThiemeMeulenhoff

Bosloop

Een atletiekvereniging heeft een bosloop georganiseerd.
Er zijn drie afstanden uitgezet: 2300 m en 3,5 kilometer voor kinderen en 14 kilometer voor volwassenen.

17 Rienk heeft zijn afstand van 2300 m met een gemiddelde snelheid van 3,8 meter per seconde gelopen.
→ Bereken in hele seconden hoe lang Rienk over zijn afstand heeft gedaan.

18 Op de foto hieronder komt Sibren na 3,5 km over de finish in een tijd van 14 minuten en 15 seconden.

→ Bereken in één decimaal zijn gemiddelde snelheid in meter per seconde.

19 Janneke heeft de afstand van 14 km met een gemiddelde snelheid van 4,5 meter per seconde gelopen.
Bij de start van de bosloop stond de klok op 00:00:00 (uren:minuten:seconden).
→ Welke tijd stond er op de klok toen Janneke finishte? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

© ThiemeMeulenhoff

Onweer

Als het onweert, zie je eerst de bliksemflits en even later hoor je de donder.
De donder hoor je pas als het geluid de afstand tussen het onweer en jou heeft afgelegd. De snelheid van het geluid is 333 meter per seconde.

20 Laat met een berekening zien dat de snelheid van het geluid afgerond 1199 km per uur is.

21 Bij onweer kun je de donder nog horen op 15 km afstand.
→ Bereken hoeveel seconden het duurt voordat het geluid een afstand van 15 km heeft afgelegd. Rond af op een heel getal.

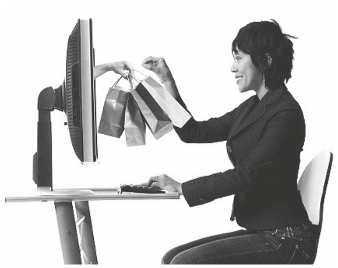
22 Saskia en Dario lopen op het strand en het wordt steeds donkerder. Plotseling zien zij een bliksemflits, ongeveer 9 seconden later horen zij de donder.
Dario wordt bang, maar Saskia stelt hem gerust door te vertellen hoe ver het onweer nog verwijderd is.
→ Bereken hoeveel kilometer het onweer van hen verwijderd is. Rond af op een heel getal.

© ThiemeMeulenhoff

Online-shoppers

In de krant stond het volgende bericht:

Steeds meer online-shoppers in Nederland
Online-shoppers zijn mensen die winkelen op het internet. Elk jaar op 31 december worden gegevens over de Nederlandse online-shoppers in dat jaar bekend gemaakt.
In 2010 kwamen er 600 000 nieuwe online-shoppers bij. Het totaal aantal online-shoppers in 2010 kwam daarmee op 9,25 miljoen.
In 2010 gaven zij in totaal 8,2 miljard euro uit aan online-aankopen.
Dat was 11% meer dan het jaar daarvoor.



23 Bereken hoeveel euro een online-shopper in 2010 gemiddeld uitgaf.

24 Bereken met hoeveel procent het aantal online-shoppers is toegenomen in 2010.

25 Bereken hoeveel miljard euro er in 2009 aan online-shoppen werd uitgegeven.
Rond je antwoord af op één decimaal.

Benzine tanken

Moniek gaat met haar auto benzine tanken. Ze maakt een foto van de gegevens van haar tankbeurt.

Zij moet € 60,17 betalen voor 35 liter benzine.

26 Het bedrag van € 60,17 is inclusief 21% btw.
→ Bereken hoeveel euro Moniek aan btw moet betalen.

Moniek weet dat haar auto een gemiddeld benzineverbruik heeft van 1 op 11,4.
Dit betekent dat zij met 1 liter benzine gemiddeld 11,4 kilometer kan rijden.

27 Moniek rijdt per jaar gemiddeld 10 000 kilometer. Haar auto heeft een tankinhoud van 60 liter. Op 1 januari 2015 is haar tank bijna leeg.
→ Bereken hoeveel keer Moniek in 2015 minimaal moet tanken.

28 Moniek kan met de gegevens van haar tankbeurt en haar gemiddelde benzineverbruik uitrekenen hoeveel de benzine per gereden kilometer kost.
→ Wat is de prijs per kilometer?

© ThiemeMeulenhoff

Halveringstijd

Een radioactieve stof zendt straling uit. De hoeveelheid uitgezonden straling neemt in de loop van de tijd af.
De tijd waarin de helft van de straling verdwijnt, heet de **halveringstijd**. In de tabel hieronder is het verband te zien tussen het aantal halveringen en het overgebleven deel van de oorspronkelijke straling.

aantal halveringen	0	1	2	3	4	5	6	7	8
overgebleven deel van de oorspronkelijke straling	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{128}$	$\frac{1}{256}$

Dus als de straling vijf keer gehalveerd is, is er nog $\frac{1}{32}$ deel van de oorspronkelijke straling over.

29 Hoeveel procent van de oorspronkelijke straling is na drie halveringen over?

In de geneeskunde wordt gebruikt gemaakt van de radioactieve stof jodium-123.
De halveringstijd van jodium-123 is 13 uur.

30 Laat met een berekening zien dat twaalf halveringen van jodium-123 overeen komen met 6,5 dag.

31 Van de oorspronkelijke straling van jodium-123 is na 6,5 dag nog maar een klein deel over.
→ Bereken welk deel dit is. Schrijf je antwoord als een gewone breuk.
Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

32 De radioactieve stof koolstof-14 wordt gebruikt om te bepalen hoe oud voorwerpen zijn.

Bij een opgraving worden botresten ontdekt. In deze resten blijkt $\frac{1}{128}$ deel van de oorspronkelijke straling van koolstof-14 aanwezig te zijn.
De halveringstijd van koolstof-14 is 5730 jaar.
→ Bereken hoeveel jaar oud deze botresten zijn. Rond je antwoord af op duizendtallen.

© ThiemeMeulenhoff

33 In 1996 kwam een raket in de Grote Oceaan terecht. In het wrak van deze raket bevindt zich een cassette met daarin plutonium-239.
Plutonium-239 is een radioactieve stof waarvan de straling gevaarlijk is.
De halveringstijd van plutonium-239 is ongeveer 25 000 jaar.
Naar verwachting gaat de cassette na 100 000 jaar kapot en komt de straling naar buiten. Een deskundige denkt dat er geen gevaar is als er op dat moment nog hoogstens 5% van de oorspronkelijke straling over is.
→ Bereken of er volgens de deskundige na 100 000 jaar nog gevaar is.
Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

Baikalmeer

In Siberië ligt het diepste meer ter wereld, het Baikalmeer.
Dat meer bevat vele duizenden km^3 zoet water.

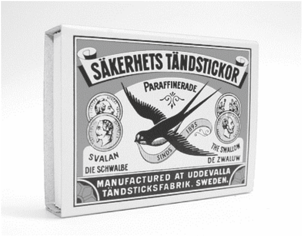
34 Bereken hoeveel liter water er in 1 km^3 gaat. Schrijf je antwoord in de wetenschappelijke notatie.

35 De totale hoeveelheid water op aarde is ongeveer $1{,}4 \times 10^{21}$ liter.
Daarvan is 2,5% zoet water. Van dat zoete water bevindt 0,06% zich in het Baikalmeer.
→ Laat met een berekening zien dat het Baikalmeer $2{,}1 \times 10^{16}$ liter zoet water bevat.

36 Op een bepaald moment leefden er zo'n 6,5 miljard mensen op aarde.
Een mens gebruikt gemiddeld 126 liter zoet water per dag.
→ Bereken hoeveel hele jaren het Baikalmeer minimaal al deze mensen van zoet water zou kunnen voorzien.

Lucifers

Lucifers worden meestal gemaakt van het hout van de ratelpopulier. Van één populier worden gemiddeld 6 miljoen lucifers gemaakt. In een luciferdoosje zitten gemiddeld 60 lucifers.



37 Het bedrijf Zwaluw verkocht vorig jaar 11,7 miljoen luciferdoosjes in Nederland.
→ Bereken hoeveel populieren hiervoor gebruikt zijn.

38 Een machine maakt per uur 15 miljoen lucifers.
→ Bereken hoeveel minuten deze machine nodig heeft om lucifers te maken van het hout van één populier.

Per jaar worden er in de hele wereld 6×10^{12} (6 biljoen) lucifers aangestoken.

39 Bereken hoeveel lucifers er gemiddeld per seconde worden aangestoken in de hele wereld. Rond af op hele duizendtallen.

40 In een krantenartikel staat het volgende:

"Leg alle lucifers achter elkaar die per jaar in de wereld worden aangestoken en je krijgt een afstand van 260 000 000 km."

→ Bereken in hele mm de lengte van één lucifer volgens dit krantenartikel.

Ademhaling

Op dit moment zitten er luchtdeeltjes in je longen die ook in de longen van Julius Caesar zijn geweest. We gaan in deze opgave berekenen hoeveel luchtdeeltjes dat zijn.

41 We gaan ervan uit dat Julius Caesar 60 jaar is geworden.
Per uur gaat er bij een mens door het in- en uitademen gemiddeld 0,5 m^3 lucht door de longen.
→ Bereken hoeveel m^3 lucht de longen van Julius Ceasar is gepasseerd.

42 In 25 liter lucht zitten ongeveer 6×10^{23} luchtdeeltjes.
Stel dat jouw longen op dit moment 4 liter lucht bevatten.
→ Laat met een berekening zien dat er dan afgerond 10^{23} luchtdeeltjes in je longen zitten.

43 Wetenschappers hebben uitgerekend dat 1 op de 20 000 000 000 000 (2×10^{13}) luchtdeeltjes in de atmosfeer van de aarde in de longen van Julius Caesar is geweest.
→ Bereken hoeveel luchtdeeltjes er op dit moment in de 4 liter lucht in jouw longen zitten die ook in de longen van Julius Caesar zijn geweest.

© ThiemeMeulenhoff

Supercomputer

In de krant stond het volgende bericht.

> Supercomputer Huygens uit top 100
>
> Amsterdam – De Amsterdamse supercomputer Huygens is uit de top 100 van snelste rekenbreinen verdwenen. De Huygensmachine uit 2008 stond twee jaar geleden nog op 53, nu op 156. De snelste computer, de Chinese Tianhe-1A, maakt 2,6 miljoen miljard berekeningen per seconde. Dit is 60 procent sneller dan de Amerikaanse Cray Jaguar.

44 De snelheid van de Tianhe-1A is 2,6 miljoen miljard berekeningen per seconde.
Dat is als getal geschreven 2 600 000 000 000 000 berekeningen per seconde.
→ Schrijf dit getal in de wetenschappelijke notatie.

Hieronder staat een overzicht van rekensnelheden van computers.

naam	**flops**
megaflop	10^6
gigaflop	10^9
teraflop	10^{12}
petaflop	10^{15}
exaflop	10^{18}
zettaflop	10^{21}

Hier is flop een afkorting van *floating point operations per second*.
1 flop = 1 berekening per seconde.

45 De supercomputer Huygens heeft een snelheid van 60 teraflop.
→ Hoeveel keer sneller is de Tianhe-1A dan de Huygens? Rond je antwoord af op een geheel getal.

46 In de krant staat: “De snelste computer, de Chinese Tianhe-1A, maakt 2,6 miljoen miljard berekeningen per seconde. Dit is 60 procent sneller dan de Amerikaanse Cray Jaguar.”
→ Hoeveel berekeningen maakt de Cray Jaguar per seconde?

© ThiemeMeulenhoff

Hints bij hoofdstuk 2

1 Gebruik een verhoudingstabel met de maten zoals ze in de schets gegeven zijn.
2 Wetenschappelijke notatie: schrijf het getal als $g \times 10^n$, met g tussen 1 en 10.
4 Deel de verdwenen oppervlakte door het aantal jaren.
5 Bereken eerst de oppervlakte van het fotoboek in vierkante meters.
8 4% is dus € 4920.
9 Bereken 4% en 12%.
10 Trek steeds 12% van het restant vermogen af tot het gedaald is onder € 20 000.
11 De route is 492 km lang.
12 28 van de 492 km.
13 Bereken eerst hoeveel tijd ze echt gewandeld hebben.
14 Bij de 3^e ronde hoort $r = 3$.
15 Bereken A voor $r = 4, 5, 6$ enz.
16 Maak een tabel voor het **totaal** aantal verzonden e-mails in elke ronde.
Het bedrag is keer € 10.
18 Maak eerst van de afstand meters en van de tijd seconden.
19 Bereken eerst de tijd van Janneke in minuten en seconden.
20 Bereken eerst de snelheid in meters per uur.
21 15 km = 15 000 meter.
22 Bereken de afstand die het geluid in 9 seconden aflegt.
23 Let op: er zijn miljoenen en miljarden.
24 Vergelijk de toename met het aantal in 2010.
25 8,2 miljard euro is dus 111%.
26 121% is dus € 60,17
27 Bereken eerst hoeveel liter er nodig is om 10 000 km te rijden.
28 Bereken eerst de afgelegde afstand met 35 liter benzine.
29 Hoeveel procent is een $\frac{1}{8}$ deel?
30 Als 1 halvering 13 uur kost, hoeveel uur kosten dan 12 halveringen?
31 Kijk naar de tabel. 12 halveringen is 4 verder dan 8.
32 $\frac{1}{256}$ deel zijn 7 halveringen (zie de tabel).
33 Hoeveel halveringen is 100 000 jaar?
34 1 liter = 1 dm^3.
35 $2{,}5\% = \frac{2{,}5}{100} \times \ldots$.
36 Bereken eerst hoeveel zoet water gemiddeld per jaar door alle mensen gebruikt wordt.
37 Bereken eerst het aantal lucifers.
38 Bereken eerst de tijd (in minuten) die nodig is om 1 miljoen lucifers te maken.

© ThiemeMeulenhoff

39 Bereken eerst hoeveel seconden 1 jaar is.
40 Bereken eerst de totale lengte in mm.
41 Reken 60 jaar eerst om naar uren.
42 Reken eerst het aantal luchtdeeltjes in 1 liter uit.
43 Van 2×10^{13} luchtdeeltjes is er 1 van Julius Ceasar. Hoeveel in 10^{23} zijn er dan van JC?
44 Wetenschappelijke notatie: schrijf het getal als $g \times 10^{exponent}$, met g tussen 1 en 10.
45 Deel de rekensnelheid van Tianhe-1A door de snelheid van Huygens.
46 60% sneller betekent een snelheid van 160% van het aantal berekeningen van Cray Jaguar. Maak een verhoudingstabel.

© ThiemeMeulenhoff

Uitwerkingen bij hoofdstuk 2

Boomhoogte

1 *Maak een verhoudingstabel. Zet de maten van overeenkomstige zijden op de juiste manier bij elkaar. Laat je niet in de war brengen door de tekening, want dat is maar een schets.*

: 1,8 × 1,5

	liggende zijde		opstaande zijde
kleine driehoek	1,8 m	1	1,5 m
grote driehoek	8,7 m	$\frac{8,7}{1,8}$ = 0,83…	hoogte boom

: 1,8 × 1,5

De hoogte van de boom is dan 0,83… × 1,5 = 7,249…; afgerond 7,25 cm.

Bloedvaten

2 *1 dm = 10 cm = 100 mm = 10^2 mm en 1 liter = 1 dm^3. Dus 1 liter = $(10^2)^3 = 10^6$ mm^3.*
6 liter bloed = 6 × 10^6 mm^3.
In 1 mm^3 bloed zitten 5 000 000 = 5 × 10^6 rode bloedlichaampjes.
In 6 liter bloed zitten 6 × 10^6 × 5 × 10^6 = 30 × 10^{12} rode bloedlichaampjes.
In wetenschappelijke notatie is dit gelijk aan 3 × 10^{13}.

Patat

3 Van 5 miljard kilogram aardappelen wordt $\frac{5}{2}$ = 2,5 miljard kilogram gebruikt om patat te maken. Van 2,5 miljard kilogram aardappelen kan $\frac{2,5}{2}$ = 1,25 miljard kilogram patat gemaakt worden.

Noordpoolijs

4 De afname van het ijsoppervlak is 7 – 5,35 = 1,65 miljoen km^2.
Het aantal jaren van 1975 tot 2005 is 30 jaar.
De gemiddelde afname van het ijsoppervlak per jaar is $\frac{1,65}{30}$ = 0,055 km^2.

Fotoboek

5 De hoogte van het fotoboek is 60 cm = 0,6 m.
De lengte van het fotoboek is 140 m.
De oppervlakte van het fotoboek is 140 × 0,6 = 84 m^2.
De printer print met een snelheid van 16 m^2 per uur.
Het printen van het fotoboek duurde $\frac{84}{60}$ = 5,25 uur.
5,25 uur is 5 uur en 0,25 × 60 = 15 minuten.
Het printen was klaar om 9:00 + 5:15 = 14:15 uur.

© ThiemeMeulenhoff

Westerscheldetunnel

6 De totale lengte van een tunnelbuis is 6600 m.
Per werkdag werd er gemiddeld 12 meter geboord.
Het boren van één tunnelbuis duurde dus $\frac{6600}{12}$ = 550 werkdagen.

7 Het aantal stukken van 50 meter is $\frac{6600}{50}$ = 132.
Bij elk stuk hoort 1 brandblusser, behalve bij het laatste stuk. Er hangen dus 131 brandblussers in één tunnelbuis.

Zorgbijdrage

8 4% is € 4920
1% is dan $\frac{4920}{4}$ = € 1230
100% is dan 100 × 1230 = € 123 000

9 1% is € 670
1e manier (in twee stappen)

12% is 12 × 670 =	€ 8040
4% is 4 × 670 =	€ 2680 –
meer betalen	€ 5360

2e manier (direct)
Het verschil is 8%, dus meer betalen is 8 × 670 = € 5360.

10 *1e manier (steeds 12% aftrekken)*

datum	restvermogen	12%
1 januari 2015	€ 67 000	€ 8040
1 januari 2016	€ 58 960	€ 7075
1 januari 2017	€ 51 885	€ 6226
1 januari 2018	€ 45 659	€ 5479
1 januari 2019	€ 40 180	€ 4822
1 januari 2020	€ 35 358	€ 5203
1 januari 2021	€ 31 115	€ 3734
1 januari 2022	€ 27 381	€ 3286
1 januari 2023	€ 24 095	€ 2891
1 januari 2024	€ 21 204	€ 2544
1 januari 2025	€ 18 660	

Dus op 1 januari 2025 is het vermogen voor het eerst lager dan € 20 000.

© ThiemeMeulenhoff

2^e manier (met inklemmen)
Een daling met 12% is een groeifactor van 0,88. Vermogen na t jaar is dan 67 000 × $0,88^t$.

datum	*t*	vermogen	lager dan € 20 000?
1 januari 2015	0	€ 67 000	
1 januari 2016	1	67 000 × $0,88^1$ = € 58 960	nee, neem *t* groter
1 januari 2024	9	67 000 × $0,88^9$ = € 21 204	nee, neem *t* groter
1 januari 2026	11	67 000 × $0,88^{11}$ = € 16 420	ja, neem *t* kleiner
1 januari 2025	10	67 000 × $0,88^{10}$ = € 18 660	ja

Dus op 1 januari 2025 is het vermogen voor het eerst lager dan € 20 000.

Pieterpad

11 40 000 × 492 = 19 680 000 km.
Afgerond op hele miljoenen is dat 20 miljoen (of 20 000 000).

12 $\frac{28}{492}$ × 100% = 5,691…%; dus ongeveer 6%.
De antwoorden 5,7 of 5,69 of nauwkeuriger zijn ook goed.

13 *1e manier (direct naar uren)*
Van 8.45 uur tot 15.30 uur is 6 uur en 45 minuten. Dat is 6,75 uur.
De echte wandeltijd is 6,75 – 1,5 = 5,25 uur.

De gemiddelde snelheid is dan $\frac{28}{5,25}$ = 5,333... km/uur.

Afgerond op één decimaal is dat 5,3 km/uur.

2e manier (via minuten met een verhoudingstabel)
Van 8.45 uur tot 15.30 uur is 6 uur en 45 minuten. Dat zijn 405 minuten.
De echte wandeltijd is 405 – 90 = 315 minuten.

	: 315 →	× 60 →	
afstand (km)	28	28 : 315 = 0,088…	5,33…
tijd	315 minuten	1 minuut	1 uur
	: 315 →	× 60 →	

De gemiddelde snelheid afgerond op één decimaal is dan 5,3 km/uur.

Kettingmail

14 *r* = 3 geeft *A* = 4^3 = 64. Dat is meer dan 50.

15 *r* = 4 geeft *A* = 4^4 = 256
r = 5 geeft *A* = 4^5 = 1024
Dus in de 5e ronde worden er 1024 e-mails verstuurd.

© ThiemeMeulenhoff

16

ronde	aantal e-mails	totaal	bedrag	groter dan € 50 000?
1	4^1 = 4			
2	4^2 = 16	20	€ 200	nee
3	4^3 = 64	84	€ 840	nee
4	4^4 = 256	340	€ 3400	nee
5	4^5 = 1024	1364	€ 13 640	nee
6	4^6 = 4096	5460	€ 54 600	ja

Dus na ronde 6 is er (meer dan) € 50 000 opgehaald.

Bosloop

17 $\frac{2300}{3,8}$ = 605,263… = 605 seconden.

18 14 minuten en 15 seconden is 14 × 60 + 15 = 855 seconden.
3,5 km = 3500 m.
De gemiddelde snelheid in meters per seconden is dan $\frac{3500}{855}$ = 4,0935… m/sec.
In één decimaal is de gemiddelde snelheid 4,1 m/sec.

19 14 km = 14 000 meter. Janneke liep met een snelheid van 4,5 m/sec.
Janneke liep de afstand in een tijd van $\frac{14\,000}{4,5}$ = 3111,11… seconden.
Reken deze tijd om naar minuten en seconden.
3111,11 seconden = $\frac{3111,11\ldots}{60}$ = 51,85… minuten =
51 minuten en (0,85… × 60 =) 51 seconden.
Toen Janneke finishte stond er een tijd op de klokken van 00:51:51

Onweer

20 1 uur is 60 × 60 = 3600 seconden. Dan is 333 m/sec = 333 × 3600 = 1 198 800 m/uur.
En dat is $\frac{1198\,800}{1000}$ = 1198,8 km/uur. Afgerond is dat 1199 km/uur.

21 De snelheid van het geluid is 333 m/sec. De tijd die het geluid doet over een afstand van 15 km is dan $\frac{15\,000}{333}$ = 45,045 seconden. Afgerond is dat 45 seconden.

22 De snelheid van het geluid is 333 m/sec. In 9 seconden legt het geluid een afstand af van 9 × 333 = 2997 meter. Dat is afgerond 3 km.

© ThiemeMeulenhoff

Online-shoppers

23 In 2010 waren er 9,25 miljoen online-shoppers.
Deze online-shoppers gaven in 2010 8,2 miljard euro uit. Dat is 8200 miljoen euro.

Gemiddeld gaf een online-shopper in 2010 dan $\frac{8200}{9{,}25}$ = 886,486… euro uit.

Dat is 886,49 euro (of 886,50 of 886).

24 Het aantal online-shoppers in 2010 was 9,25 miljoen – 600 000.
Dat is 9,25 miljoen – 0,6 miljoen = 8,65 miljoen.
De toename van het aantal online-shoppers was 0,6 miljoen.

Procentueel is de toename dan $\frac{0{,}6}{8{,}65}$ × 100% = 6,93…%. Dit is ongeveer 6,9% (of 7%).

25 *100% is het bedrag van 2009 en het bedrag van 2010 is 111%.*
Dus 111% is 8,2 miljard euro.

1% is dan $\frac{8{,}2 \text{ miljard}}{111}$ = 0,07387… miljard euro.

100% is dan 0,07387… × 100 = 7,387…miljard euro.
Dat is afgerond op één decimaal 7,4 miljard euro.

Benzine tanken

26 *1e manier (eerst bedrag zonder btw berekenen)*
Het bedrag is inclusief 21% btw. Het bedrag met btw is dan 121% en het bedrag zonder btw is 100%.

: 121 × 100

bedrag in €	60,17	0,49727…	49,727
procenten	121	1	100

: 121 × 100

Het bedrag van de btw is € 60,17 – € 49,73 = € 10,44

2^e manier (direct het btw bedrag berekenen)
Het bedrag is inclusief 21% btw. Het bedrag met btw is dan 121% en het btw bedrag is 21%.

: 121 × 21

bedrag in €	60,17	0,49727…	10,442…
procenten	121	1	21

: 121 × 21

Het bedrag van de btw is € 10,44

27 *Minimaal wil zeggen dat Moniek telkens haar tank helemaal leeg rijdt en daarna weer helemaal laat vol gooien.*

Om 10 000 km te rijden is $\frac{10\,000}{11{,}4}$ liter benzine nodig. Dat zijn 877,192… liters.

Dat komt overeen met $\frac{877{,}192\ldots}{60}$ = 14,61… volle tanks.

Moniek moet dus minimaal 15 keer tanken.

© ThiemeMeulenhoff

28 *De auto kan met 1 liter benzine 11,4 km rijden.*
1^e manier (eerst afgelegde afstand bereken)
Moniek tankt 35 liter benzine. Hiermee kan zij 35 × 11,4 km = 399 kilometer rijden.
Voor 35 liter benzine betaalt Moniek € 60,17.

Per km kost dat dan $\frac{60{,}17}{399}$ = 0,150… euro.

De prijs per kilometer is dan € 0,15 of 15 eurocent.

2^e manier (eerst literprijs bereken)
Voor 35 liter benzine betaalt Moniek € 60,17.

De prijs per liter is dan $\frac{60{,}17}{35}$ = 1,7191… euro.

Zij rijdt met 1 liter een afstand van 11,4 km. Ze betaalt dus voor 11,4 km een bedrag van 1,7191… euro.

Per km kost dat dan $\frac{1{,}7191\ldots}{11{,}4}$ = 0,150… euro.

De prijs per kilometer is dan € 0,15 of 15 eurocent.

Halveringstijd

29 Na 1 halvering is $\frac{1}{2}$ deel (de helft) over, dat is 50%.

Na 2 halveringen is $\frac{1}{4}$ deel (dus de helft van 50%) over, dat is 25%.

Na 3 halveringen is $\frac{1}{8}$ deel (dus de helft van 25%) over, dat is 12,5%.

Je kunt ook gelijk berekenen $\frac{1}{8}$ *× 100% = 12,5%.*

30 Elke halvering kost 13 uur, dus 12 halveringen kosten 12 × 13 uur = 156 uren.

Dat is $\frac{156}{24}$ = 6,5 dag.

Je kunt ook gelijk opmerken dat 12 × 13 uur = 24 uur × 6,5. Dat is 1 dag × 6,5, dus 6,5 dag.

31 *Uit vraag 30 weet je dat 6,5 dag gelijk staat aan 12 halveringen.*
1^e manier (zet de tabel voort)

Bij 8 halveringen hoort $\frac{1}{256}$ deel

Bij 9 halveringen hoort $\frac{1}{512}$ deel

Bij 10 halveringen hoort $\frac{1}{1024}$ deel

Bij 11 halveringen hoort $\frac{1}{2048}$ deel

Bij 12 halveringen hoort $\frac{1}{4096}$ deel

2^e manier (herleiden van een macht van een breuk)

12 keer een $\frac{1}{2}$ met zichzelf vermenigvuldigen is te schrijven als $\left(\frac{1}{2}\right)^{12}$.

Dit is te schrijven als $\frac{1}{2^{12}}$ en dat is gelijk aan $\frac{1}{4096}$

32 $\frac{1}{128}$ zijn 7 halveringen. Dat komt overeen met 7 × 5730 jaar.
Dat is 40 110 jaar; afgerond op duizendtallen is dat 40 000 jaar.

© ThiemeMeulenhoff

33 100 000 jaar komt overeen met $\frac{100\,000}{25\,000}$ = 4 halveringen.

Na 4 halveringen is nog $\frac{1}{16}$ deel van de oorspronkelijke straling over.

$\frac{1}{16}$ deel is gelijk aan 6,25%. 6,25 is groter dan 5.

Er is dus na 100 000 jaar volgens de deskundige nog altijd te veel gevaarlijke straling aanwezig.

Baikalmeer

34 1 km = 1000 m = 10 000 dm
1 km^3 = 10 000 × 10 000 × 10 000 = 1 000 000 000 000 dm^3 = 1 000 000 000 000 liter.
In wetenschappelijke notatie is dit 10^{12} liter *(of 1 × 10^{12})*.

35 De hoeveelheid zoet water op aarde is $\frac{2{,}5}{100} \times 1{,}4 \times 10^{21} = 3{,}5 \times 10^{19}$ liter.

De hoeveelheid zoet water in het Baikalmeer is dan $\frac{0{,}06}{100} \times 3{,}5 \times 10^{19} = 2{,}1 \times 10^{16}$ liter.

Sneller: $0{,}025 \times 0{,}0006 \times 1{,}4 \times 10^{21} = 2{,}1 \times 10^{16}$ liter.

36 *Neem voor 1 jaar 365 dagen. 1 miljard = 10^9.*
Per jaar is het gemiddeld gebruik van zoet water door alle mensen op aarde:
$126 \times 365 \times 6{,}5 \times 10^9$ liter = 2,989… × 10^{14} liter.

Het Baikalmeer bevat $2{,}1 \times 10^{16}$ liter zoet water.

Dat is genoeg voor $\frac{2{,}1 \times 10^{16}}{2{,}989 \times 10^{14}}$ = 70,249… jaar. In hele jaren is dat 70 jaar.

Lucifers

37 11,7 miljoen lucifersdoosjes bevatten gemiddeld 11 700 000 × 60 lucifers.
Dat zijn ongeveer 702 000 000 lucifers.

Het aantal populieren dat hiervoor gebruikt is, is ongeveer $\frac{702\,000\,000}{6\,000\,000}$.
Dat zijn 117 populieren.

38 *Maak een verhoudingstabel. Ga eerst naar aantal lucifers is 1 miljoen.*

: 15 × 6

tijd (in minuten)	60	4	24
aantal lucifers (in miljoenen)	15	1	6

: 15 × 6

Om 6 miljoen lucifers te maken heeft de machine 24 minuten nodig.

39 1 jaar is 365 × 24 × 60 × 60 seconden. Dat zijn 31 536 000 seconden.

Het aantal lucifers dat per seconden wordt aangestoken is dan
$\frac{6 \times 10^{12}}{31\,536\,000}$; dat zijn 190 258,71… lucifers per seconden.

Afgerond op duizendtallen zijn dat 190 000 lucifers per seconden.

© ThiemeMeulenhoff

40 1 km = 1000 × 100 × 10 mm. Dat is 10^6 mm.
Dan is 260 000 000 km gelijk aan $260 \times 10^6 \times 10^6$ mm; dat is 260×10^{12} mm.
Het aantal lucifers is 6×10^{12} (zie hiervoor).

Dus een lucifer heeft een lengte van $\frac{260}{6}$ = 43,3 mm.

Afgerond op hele mm is dat 43 mm.

Ademhaling

41 60 jaar = 60 × 365 dagen = 60 × 365 × 24 uren = 525 660 uren.
Per uur gaat er 0,5 m^3 lucht door de longen.
In 60 jaar is dat dan 525 669 × 0,5 = 262 800 m^3 lucht.

42

: 25 × 4

hoeveelheid lucht (in liter)	25	1	4
aantal luchtdeeltjes	6×10^{23}	$0{,}24 \times 10^{23}$	$0{,}96 \times 10^{23}$

: 25 × 4

Het aantal luchtdeeltjes in 4 liter lucht is ongeveer $0{,}96 \times 10^{23}$ en dat is ongeveer 10^{23}.

43 1 op de 2×10^{13} luchtdeeltjes is van Julius Ceasar.

: 2×10^{13} × 10^{23}

luchtdeeltjes van JC	1	$\frac{1}{2 \times 10^{13}}$	?
aantal luchtdeeltjes	2×10^{13}	1	1023

: 2×10^{13} × 10^{23}

Dus van 10^{23} luchtdeeltjes in jouw longen zijn er $\frac{10^{23}}{2 \times 10^{13}}$ van Julius Caesar.

Dat zijn $\frac{1}{2} \times 10^{10}$ luchtdeeltjes.

Dat is ook te schrijven als 5×10^9 of als 5 000 000 000 (5 miljard).

Supercomputer

44 *1^e manier (gebruik het getal in de vraag)*
14 nullen, geeft 10^{14}. Het getal wordt dan 26×10^{14}, maar omdat 26 dan nog niet tussen 1 en 10 ligt schrijf je het getal als $2{,}6 \times 10^{15}$.

2^e manier (gebruik het getal uit de krant)
2,6 miljoen miljard is $2{,}6 \times 10^6 \times 10^9 = 2{,}6 \times 10^{15}$.

© ThiemeMeulenhoff

45 *1e manier (met machten van 10)*
De rekensnelheid van Huygens is 60 teraflop = 60×10^{12} berekeningen per seconde.
De rekensnelheid van Tianhe-1A is $2{,}6 \times 10^{15}$ berekeningen per seconde.

Tianhe-1A is dan $\frac{2{,}6 \times 10^{15}}{60 \times 10^{12}}$ sneller dan Huygens.

Herleid de breuk verder: $\frac{2{,}6 \times 10^{15}}{60 \times 10^{12}} = \frac{2600 \times 10^{12}}{60 \times 10^{12}} = \frac{2600}{60} = 43{,}3\ldots$

Tianhe-1A is dus afgerond 43 keer sneller dan Huygens.

2e manier (met uitgeschreven getallen)
De snelheid van Huygens is 60 teraflop = 60 000 000 000 000 berekeningen per seconde.
De snelheid van Tianhe-1A is 2 600 000 000 000 000 berekeningen per seconde.

Tianhe-1A is dan $\frac{2\,600\,000\,000\,000\,000}{60\,000\,000\,000\,000}$ sneller dan Huygens.

Herleid de breuk verder tot: $\frac{260}{6} = 43{,}3\ldots$

Tianhe-1A is dus afgerond 43 keer sneller dan Huygens.

46 160% van het aantal berekeningen van Cray Jaguar is de snelheid van Tianhe-1A.

: 160 × 100

	Tianhe-1A		Cray Jaguar
aantal berekeningen per seconde	$2{,}6 \times 10^{15}$	$\frac{2{,}6 \times 10^{15}}{160}$	$\frac{2{,}6 \times 10^{15}}{160} \times 100$
percentage	160%	1%	100%

: 160 × 100

Het aantal berekeningen dat Cray Jaguar maakt is $\frac{2{,}6 \times 10^{15}}{160} \times 100$.

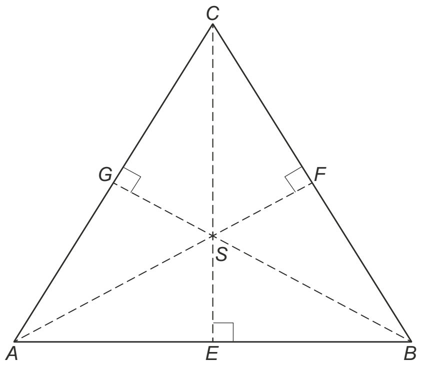
Herleid de breuk verder: $\frac{260 \times 10^{15}}{160} = 1{,}625 \times 10^{15}$ ofwel 1,625 petaflop.

© ThiemeMeulenhoff

3 Meetkunde

Piramide

Gegeven is de gelijkzijdige driehoek *ABC* met zijden van 35 cm. In de driehoek zijn de hoogtelijnen getekend. Deze hoogtelijnen snijden elkaar in punt S.

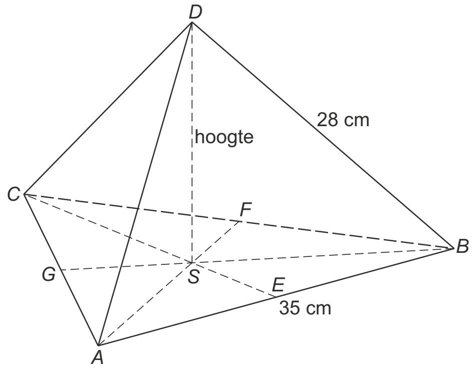


1 Bereken hoeveel cm^2 de oppervlakte van driehoek *ABC* is.

2 Bereken hoeveel cm de lengte van *AS* is. Rond je antwoord af op één decimaal.

Wanneer je bij vraag 2 geen antwoord gevonden hebt, neem dan bij vraag 3 aan dat de lengte van *AS* gelijk is aan 20,8 cm.

3 Hieronder zie je een piramide met de gegeven gelijkzijdige driehoek *ABC* als grondvlak. De opstaande ribben zijn 28 cm.

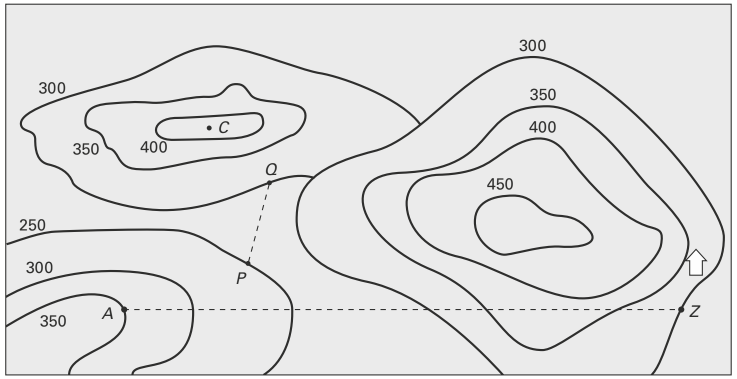


→ Bereken hoeveel cm de hoogte *DS* van de piramide is.

© ThiemeMeulenhoff

Hoogtelijnen

Hans gaat in de vakantie kamperen in een heuvelachtig gebied. Hieronder zie je een hoogtelijnkaart van dit gebied. De hoogten zijn aangeven in meters.



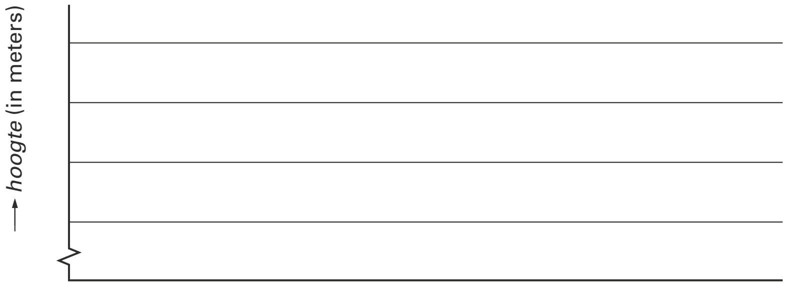
4 De camping bevindt zich in punt *C* op de hoogtelijnkaart.
→ Kan deze camping op een hoogte van 460 meter liggen? Licht je antwoord toe.

5 Arceer in de kaart het gedeelte waarin het hoogste punt van het gebied ligt.

6 Hans loopt over een pad van *P* naar *Q*. De afstand is, over het pad gemeten, 339 meter. Het pad is overal even steil.
→ Bereken de hellingshoek van het pad van *P* naar *Q*.

7 Het witte huisje, rechts op de kaart, is een trekkershut.
Rienk staat in punt *A*.
→ Kan Rienk de trekkershut zien? Licht je antwoord toe.

8 Teken hieronder een mogelijke doorsnede van *A* naar *Z*.



Piramidekaars

Mariska koopt in een winkel een piramidekaars, zie de foto. De kaars heeft een hoogte van 18 cm. Het grondvlak is een vierkant met zijden van 10 cm.
Het toppunt ligt precies boven het midden van het grondvlak.

9 Teken het bovenaanzicht van de kaars op schaal 1 : 2.

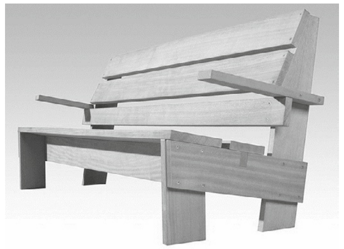
10 Laat met een berekening zien dat de inhoud van de kaars 600 cm^3 is.

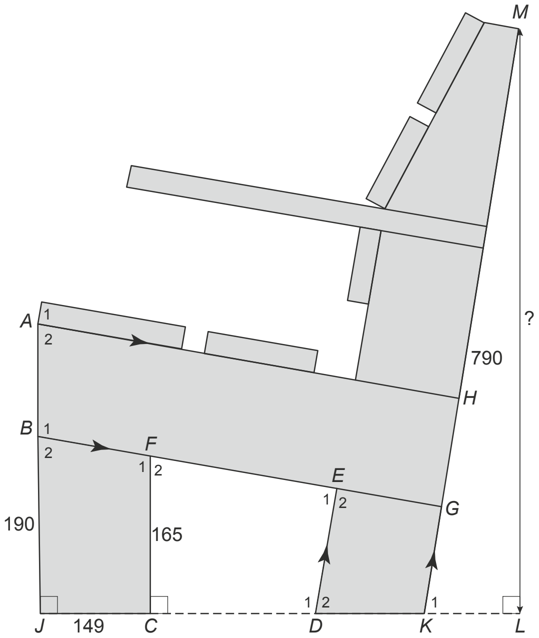
11 De kaars van Mariska kost € 1,50. Er is ook nog een grotere piramidekaars met een zelfde grondvlak, maar met een hoogte van 25 cm.
De prijs van een kaars wordt in deze winkel bepaald aan de hand van de inhoud van de kaars.
→ Bereken de prijs van de grotere kaars.

Tuinbank

Op de foto staat een tuinbank.

Daarnaast is een zijaanzicht van deze tuinbank getekend met de maten in mm.
AH is evenwijdig aan *BG*. *ED* is evenwijdig aan *GK*.





12 Hoek A_2 geeft de zithoek van deze tuinbank aan.
→ Leg uit waarom je, zonder te meten, weet dat hoek A_2 even groot is als hoek B_2.

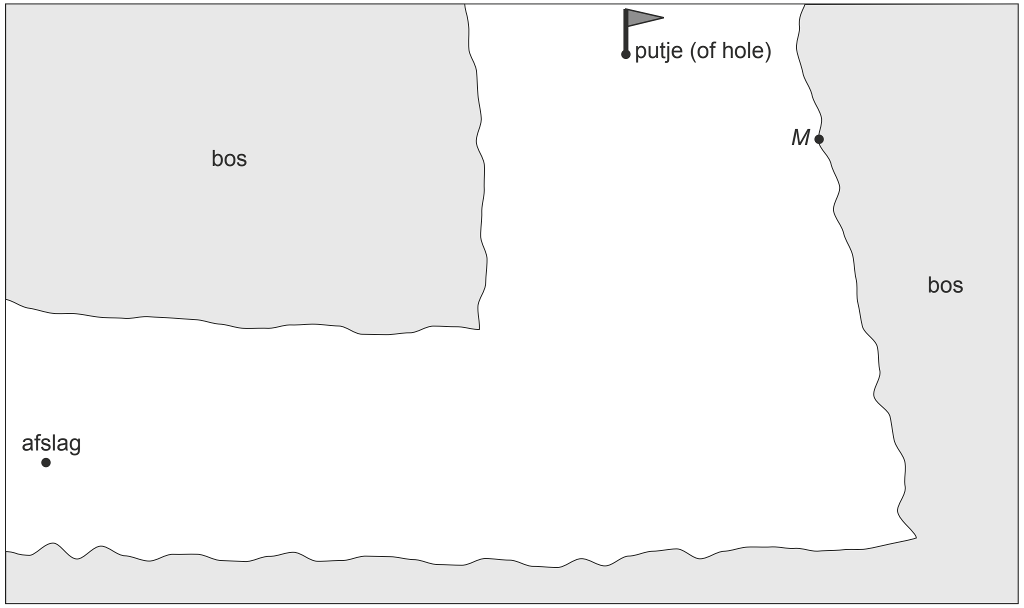
13 De lengte van *JB* is 190 mm. De lengte van *CF* is 165 mm (zie tekening).
→ Laat met een berekening zien dat de grootte van hoek B_2 afgerond 80° is.

Golfbaan

Bij golfen moet een speler vanaf de afslag proberen een golfballetje in zo weinig mogelijk slagen in een putje (of hole) aan het eind van de baan te slaan. Om te kunnen zien waar het putje zich bevindt, wordt in het putje een vlag geplaatst.

Kyra van Leeuwen
(Nederlands Jeugdkampioen golf van 2002 tot en met 2004)

De figuur hieronder hoort bij de vragen 14 en 15. Je ziet een tekening van een L-vormige golfbaan in het bos. Je kunt niet door het bos heen kijken. De schaal van deze tekening is 1 : 1500.



schaal 1:1500

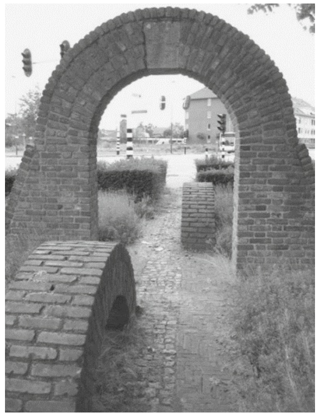
Kyra staat bij de afslag klaar voor haar eerste slag.

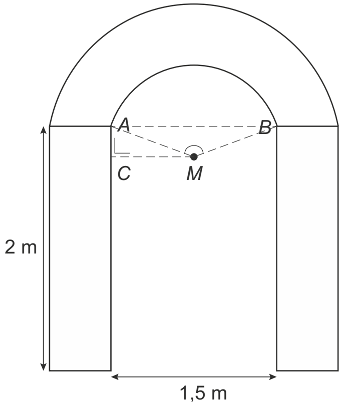
14 De moeder van Kyra staat aan de zijkant van de baan. In de tekening staat deze plaats aangegeven met de letter *M*.
→ Kan zij haar dochter bij de afslag zien? Geef in de tekening aan hoe je aan je antwoord komt.

15 Kyra heeft met haar eerste slag de bal precies 90 meter ver geslagen. Vanaf de plek op de baan waar de bal nu ligt, kan ze de vlag bij het putje zien.
→ Geef in de tekening **alle** plaatsen aan waar de bal op de baan kan liggen na de eerste slag van Kyra. Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

Poort

Tijdens een fietstocht heeft Laurens een poort gezien. Zie de foto.
Laurens wil zo'n poort metselen voor in zijn tuin. Het pad waar de poort overheen moet komen is 1,5 meter breed.
Hij heeft een ontwerp gemaakt, zie de schets naast de foto.





De twee pilaren zijn 2 meter hoog. Het punt *M* ligt op een hoogte van 1,75 meter en op gelijke afstand van de punten *A* en *B*. Voor de duidelijkheid is er een aantal hulplijntjes getekend.

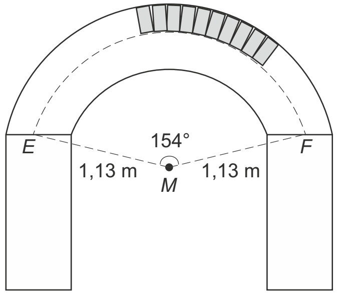
De boog *AB* is een deel van een cirkel met middelpunt *M* en straal *AM*.

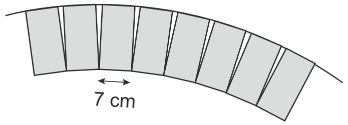
16 Bereken, zonder te meten, hoeveel cm *AM* is.

17 Bereken hoeveel graden hoek *M* in driehoek *AMB* is. Rond je antwoord af op een geheel getal.

18 Er komen stenen langs de boog *EF*, zie de schets links.
Boog *EF* is een deel van een cirkel met middelpunt *M* en een straal van 1,13 meter.
Hoek *M* in driehoek *EMF* is 154°.

De stenen zijn 7 cm breed. Zie de schets rechts.

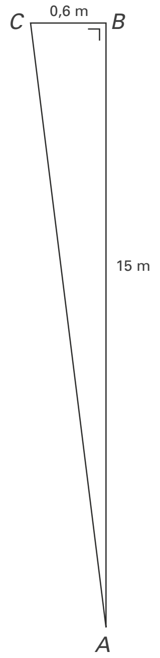




→ Bereken hoeveel hele stenen langs cirkelboog *EF* komen.

Hellende huizen

Grachtenhuizen werden vaak met opzet scheef gebouwd zodat goederen konden worden opgetakeld zonder dat ze tegen de gevel aansloegen.



Hierboven zie je een foto van een grachtenhuis in Amsterdam met daarnaast een schets van de rechthoekige driehoek *ABC* met de afmetingen in meters.

Hoe scheef het huis staat, kun je aangeven met de verhouding $\frac{BC}{AB}$.

Dit noemen we de **helling** van het huis.

19 Bereken de helling van bovenstaand huis.

Volgens een wet uit het jaar 1565 mocht de helling niet groter zijn dan 0,04.

20 Bereken in één decimaal hoeveel graden hoek *A* is, als precies aan de wet wordt voldaan.

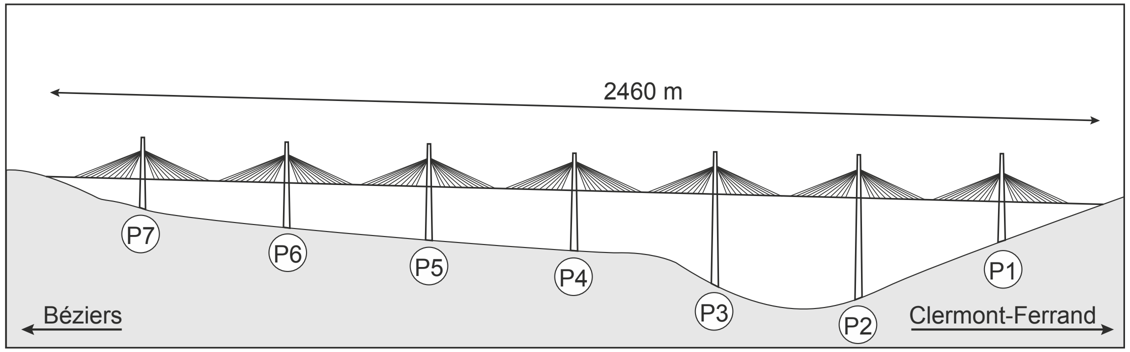
21 Een ander grachtenhuis heeft als afstand *AC* = 16 meter en afstand *BC* = 0,7 meter. *AB* is de hoogte van het huis.
→ Bereken of de helling van dit huis aan de eisen van de wet uit 1565 voldoet.

22 Van een ander grachtenhuis zijn de hoogte *AB* en de afstand *BC* beide $1\frac{1}{2}$ keer zo klein als die van het huis op de foto.
→ Wat weet je van de grootte van hoek *A* bij dit huis, in vergelijking met hoek *A* van het huis op de foto? Leg je antwoord uit.

© ThiemeMeulenhoff

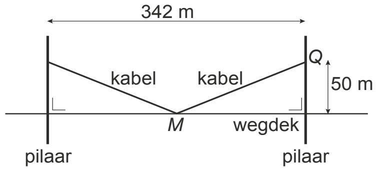
Brug van Millau

Op de foto hiernaast zie je een deel van de enorme brug die bij de Franse plaats Millau over het dal van de rivier de Tarn is gebouwd. Hieronder zie je een tekening van die brug. De zeven pilaren zijn aangegeven met P1 tot en met P7.



23 De totale lengte van de brug is 2460 m. In de tekening is die lengte 13,9 cm. De tekening is op schaal.
→ Hoeveel meter is de totale lengte van pilaar P2? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

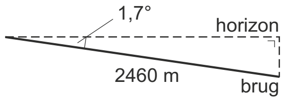
Het wegdek hangt aan staalkabels die 50 m boven het wegdek zijn vastgemaakt aan de pilaren. In de schets hiernaast zie je twee van de langste kabels getekend. Punt *M* ligt midden tussen de twee pilaren.



24 Bereken de lengte van *MQ* in hele meters.

25 Bereken de hoek die *MQ* maakt met het wegdek.

26 De brug ligt niet horizontaal, maar maakt een hoek van 1,7° met de horizon. Zie de schets hiernaast. Dus als je van Béziers richting Clermont-Ferrand over de brug rijdt, ga je iets omlaag.
→ Bereken hoeveel meter de brug aan de kant van Clermont-Ferrand lager ligt dan aan de kant van Béziers. Rond af op een geheel getal.

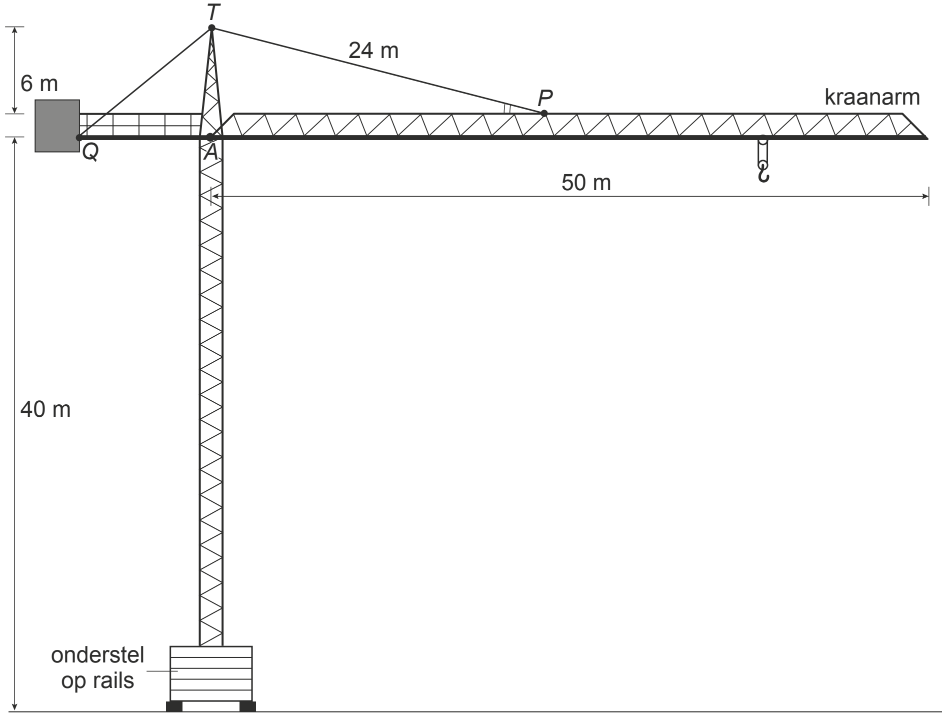


© ThiemeMeulenhoff

Hijskraan

In de bouw wordt gebruikgemaakt van een hijskraan om zware voorwerpen te kunnen verplaatsen. Zie onderstaande foto.

Hieronder staat een tekening op schaal. Hij hoort bij de vragen 32, 33 en 34.
De kraanarm is 50 meter lang en de onderkant van de kraanarm is 40 meter boven de grond.



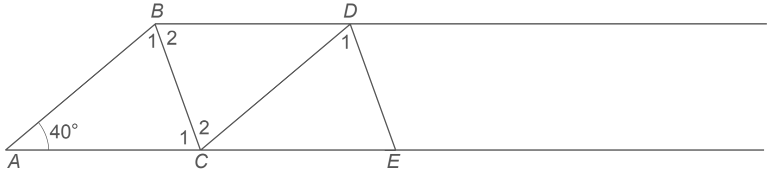
27 Op welke schaal is de tekening? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

© ThiemeMeulenhoff

28 In de tekening is te zien dat de top *T* van de hijskraan 6 meter boven de bovenkant van de kraanarm uitsteekt. De staaf *PT* heeft een lengte van 24 meter.
→ Bereken in hele graden de hoek *P* tussen *PT* en de bovenkant van de kraanarm.

29 In de tekening is ook te zien dat *TA* en *QA* loodrecht op elkaar staan.
TA = 7,5 m en *QA* = 9 m.
→ Bereken in 1 decimaal hoeveel meter de lengte van staaf *TQ* is.

30 In onderstaande schets zie je een deel van de kraanarm. Tussen twee horizontale liggers zijn stalen staven bevestigd: *AB*, *BC*, *CD*, *DE*, enzovoort.
AB en *AC* zijn even lang en de hoek tussen *AB* en *AC* is 40°.

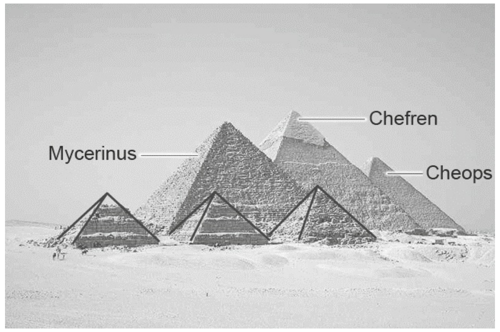


→ Bereken hoeveel graden hoek B_1 is.

© ThiemeMeulenhoff

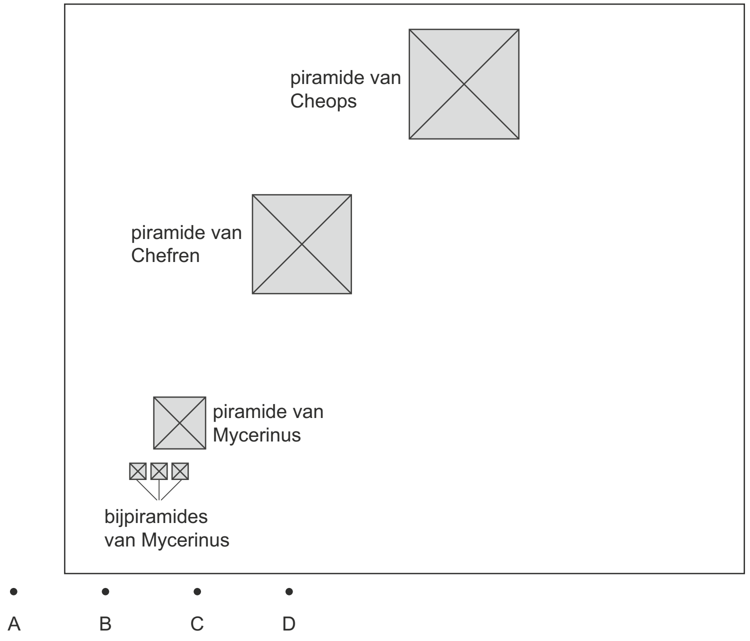
Piramides in Egypte

In het noorden van Egypte staan drie grote piramides en een aantal kleine piramides bij elkaar. De drie grote piramides heten de piramide van Cheops, de piramide van Chefren en de piramide van Mycerinus. Vooraan op de foto zie je de kleine piramides die bij Mycerinus horen.



31 Hieronder staat een plattegrond met de piramides. Er zijn vier posities aangegeven met een letter.

→ Omcirkel de letter van de positie waarvandaan de foto genomen kan zijn. Leg uit hoe je aan je antwoord komt.



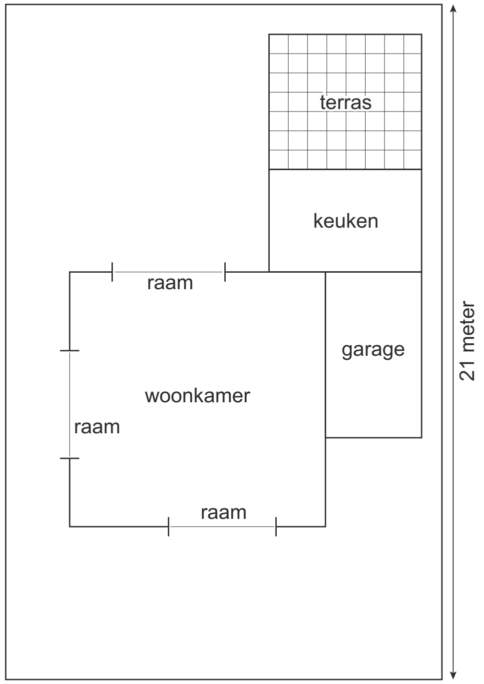
32 De piramide van Chefren lijkt hoger dan die van Cheops omdat de piramide van Chefren op een verhoging staat. Beide piramides hebben een grondvlak in de vorm van een vierkant.
We hebben van de piramides de volgende gegevens:

	breedte grondvlak	hoogte piramide	inhoud piramide
Chefren	215,2 m	143,5 m	2 215 211 m^3
Cheops	230,4 m	…	2 594 046 m^3

→ Controleer met een berekening of de piramide van Chefren hoger is dan de piramide van Cheops.

Bouwkavel

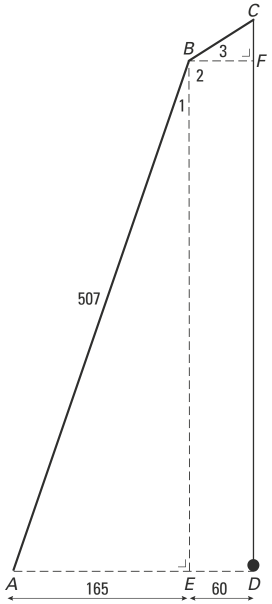
33 Hieronder staat een schets van kavel 2 met het huis. De familie zoekt nog een plek voor de afvalcontainers. Deze willen ze zó op het terras plaatsen dat ze niet zichtbaar zijn vanuit de woonkamer.



→ Kleur het hele gebied van het terras dat niet zichtbaar is vanuit de woonkamer. Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

Naar de overkant

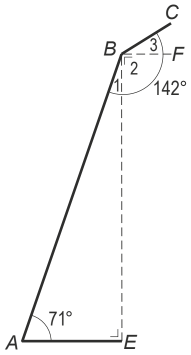
Het toestel dat je op onderstaande foto ziet wordt bij een spel gebruikt om een vijver over te steken. Er hangt een touw aan een balk boven het wateroppervlak.
Aan de onderkant van het touw zit een knoop. Met dit touw kun je naar de overkant van de vijver slingeren.



De tekening laat een wiskundig model van de situatie zien. Dit model wordt gebruikt bij de volgende vragen.
Het touw *CD* hangt recht naar beneden. Enkele hulplijnen zijn gestippeld.
De maten in cm staan in de tekening.

34 Om de lengte van *CD* te vinden moet je eerst *BE* berekenen.
→ Laat met een berekening zien dat *BE* na afronding gelijk is aan 479 cm.

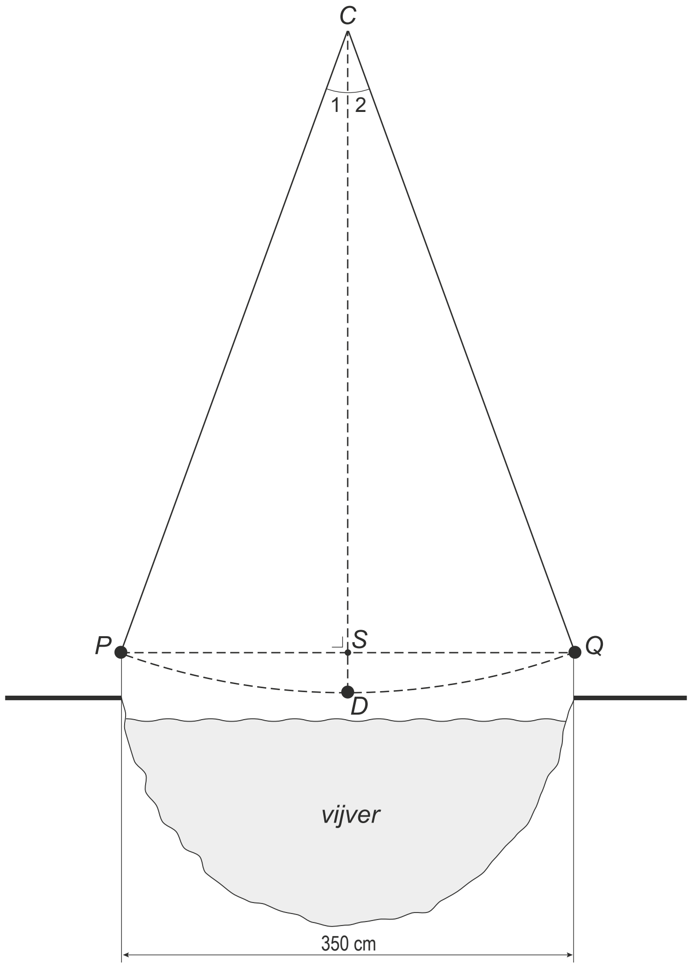
35 De hulplijnen *BE* en *BF* verdelen de hoek bij *B* in drie hoeken.
Zie tekening hiernaast.
Hoek *A* is gelijk aan 71° en gehele hoek *B* is gelijk aan 142°.
→ Laat met een berekening zien dat hoek B_3 gelijk is aan 33°.



36 *BF* is even lang als *DE*. Zie het wiskundige model boven vraag 34.
→ Bereken hoeveel cm de lengte van het hele touw *CD* is.

Wanneer je bij vraag 36 geen antwoord gevonden hebt, neem dan bij vraag 37 voor het hele touw CD een lengte van 525 cm.

37 Hieronder zie je een schematische tekening van een aanzicht van de vijver.
Punt *C* bevindt zich precies boven het midden van de vijver.



Dolf wil het touw uitproberen en wil de overkant van de vijver halen. Daarvoor moet de knoop van punt *P* naar punt *Q* geslingerd worden. De vijver is 350 cm breed.
→ Bereken hoeveel graden de hele hoek bij *C* minstens moet zijn om de overkant te halen.

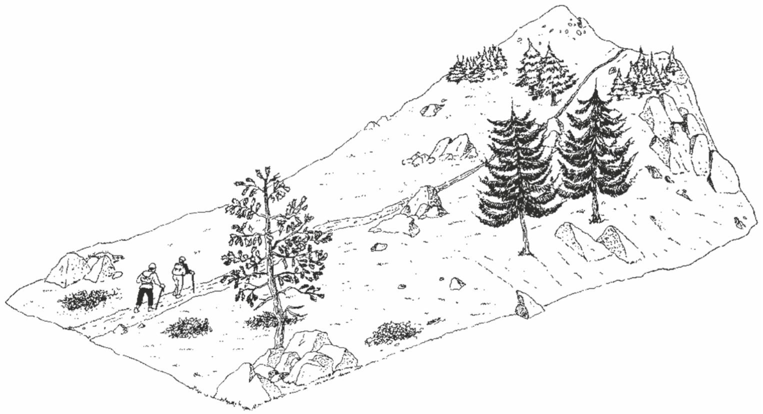
Bergwandeling

Karin en Pieter maken een bergwandeling.

38 Het eerste gedeelte van de wandeling gaat over vlak terrein.
Op vlak terrein lopen ze met een gemiddelde snelheid van 5 kilometer per uur.
Na 50 minuten lopen, houden ze een rustpauze.
→ Bereken in één decimaal hoeveel kilometer Karin en Pieter dan gelopen hebben.

Bij een wandeling over stijgend terrein wordt onderstaande vuistregel gebruikt:

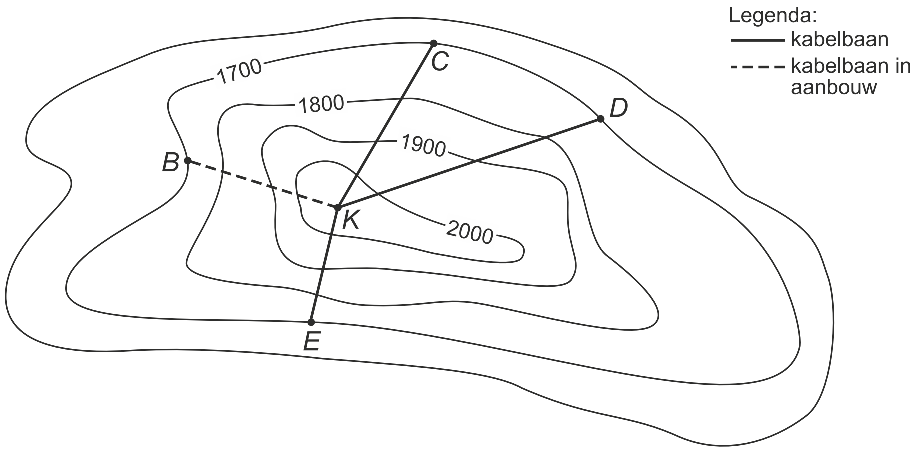
Na de rustpauze gaat de wandeling verder over stijgend terrein.
In onderstaande tekening staat een gedeelte van de route getekend.



39 Karin en Pieter beginnen op 800 meter hoogte en eindigen op 1700 meter hoogte.
Doordat dit gedeelte van hun wandeling over stijgend terrein gaat, doen ze **langer** over dit gedeelte van hun wandeling dan wanneer deze over vlak terrein was gegaan.
→ Bereken hoeveel minuten Karin en Pieter **langer** over dit gedeelte van hun wandeling doen.

© ThiemeMeulenhoff

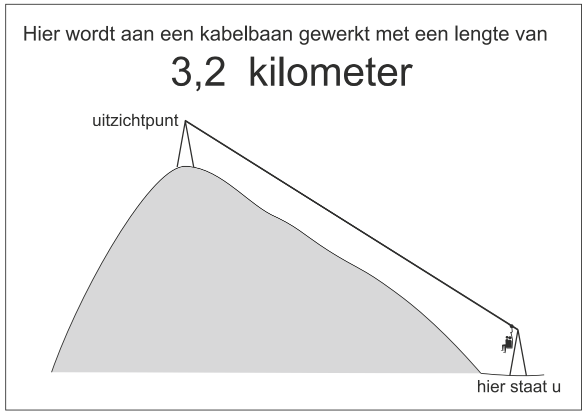
Hieronder zie je een gedeelte van de hoogtelijnkaart van het berggebied waar Karin en Pieter wandelen. De punten *C*, *D* en *E* op de hoogtelijnkaart zijn tussenstations van kabelbanen, die vanaf uitzichtpunt *K* naar het dal vertrekken.



schaal 1:150 000

40 Naar welk tussenstation *C*, *D*, of *E* is de kabelbaan het **minst** steil?
Leg je antwoord uit.

41 Bij punt *B* staat onderstaand informatiebord.

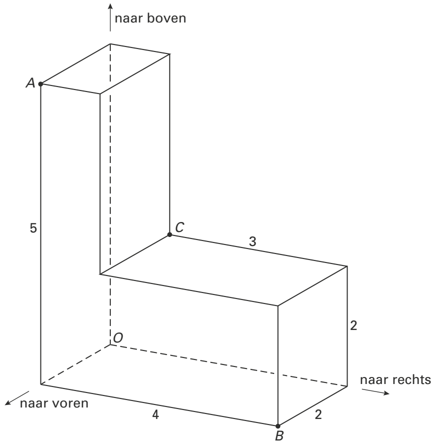


Het uitzichtpunt *K* ligt op 2084 meter hoogte.
→ Klopt de lengte van de kabelbaan volgens de afstanden op de hoogtelijnkaart?
Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

© ThiemeMeulenhoff

Ruimtelijke figuren en aanzichten

Om de plaats van een punt in de ruimte aan te geven, gebruiken we een assenstelsel met drie assen. Hieronder zie je een L-vormige ruimtelijke figuur.
De assen zijn gestippeld. De maten zijn in cm aangegeven. Om vanuit de oorsprong *O* (0, 0, 0) in punt *A* te komen, gaan we 2 cm naar voren, 0 cm naar rechts en 5 cm naar boven. We geven dit in coördinaten aan met *A*(2, 0, 5).

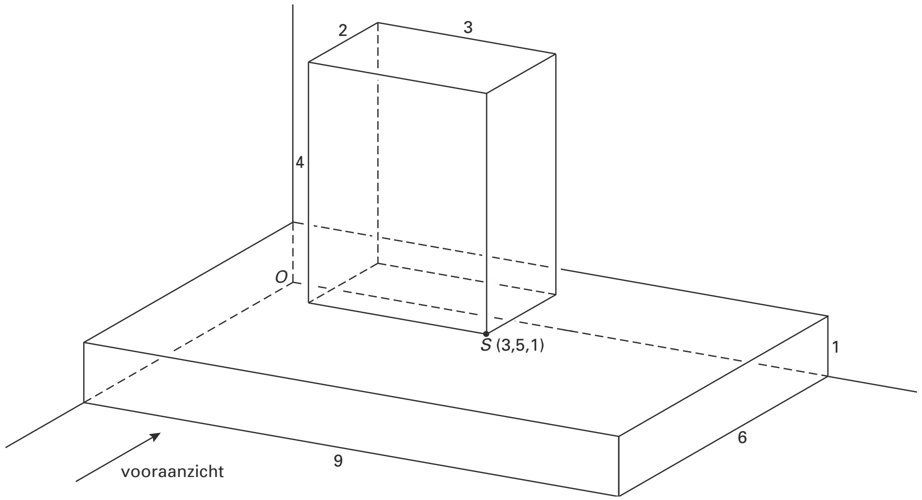


42 Geef de coördinaten van punt *B*.

43 Teken in de figuur punt *P* met coördinaten (2, 1, 5).

44 De coördinaten van punt *C* zijn (0, 1, 2). Punt *M* is het midden van lijnstuk *AC*.
→ Geef de coördinaten van punt *M*.

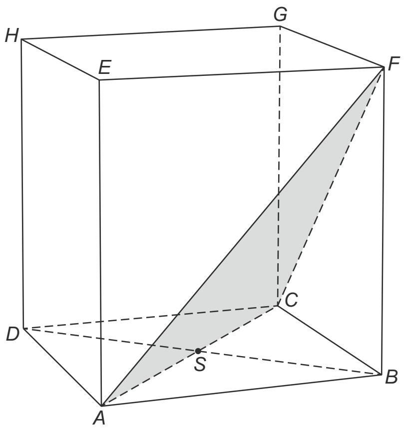
45 Hieronder is in een assenstelsel een ruimtelijk figuur getekend die bestaat uit twee op elkaar gestapelde balken. De coördinaten van het punt *S* zijn (3, 5, 1). De maten zijn aangegeven in cm.



→ Teken het vooraanzicht van deze ruimtelijke figuur op ware grootte.

© ThiemeMeulenhoff

Driehoek in kubus



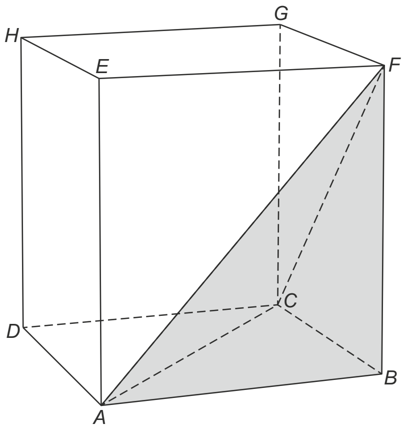
In kubus *ABCD EFGH* met zijden van 5 cm is driehoek *ACF* getekend.
Punt *S* is het snijpunt van de diagonalen *AC* en *BD*.

46 Laat met een berekening zien dat de lengte van *AC* afgerond 7,1 cm is.

47 Bereken hoeveel graden hoek *S* in driehoek *BFS* is.

48 Teken driehoek *ACF* op ware grootte.

49 Muriël snijdt van deze kubus de piramide met grondvlak *ABC* en top *F* af.
→ Bereken hoeveel cm^3 de inhoud van de figuur is, die overblijft.



© ThiemeMeulenhoff

Titanic

Een van de bekendste schepen ter wereld is de Titanic. Het schip zonk in het jaar 1912 op zijn eerste reis na een aanvaring met een ijsberg.

Hieronder zie je een kaart van de Atlantische Oceaan met het begin van de route van de Titanic aangegeven.

50 De koershoek vanuit New York naar de plaats waar de Titanic is gezonken, is 84° en de koershoek vanuit Queenstown naar deze plaats is 254°.
→ Geef op de kaart met de letter *T* de plaats aan waar de Titanic gezonken is. Uit de tekening moet blijken hoe je deze plek gevonden hebt.

© ThiemeMeulenhoff

Hints bij hoofdstuk 3

1 Bereken eerst een hoogte van de driehoek, bijvoorbeeld *CE*.
2 Gebruik de cosinus in driehoek *AES*.
3 *DS* is een zijde van de rechthoekige driehoek *ASD*.
6 De stijging is 50 meter. Teken een rechthoekige driehoek en zet de gegevens bij de juiste zijden.
7 Gebruik de hoogtelijnen.
9 Vergeet niet om de ribben te tekenen.
10 De kaars is een piramide.
11 Bereken de inhoud van de grotere kaars.
12 Kijk naar de evenwijdige lijnen.
13 Teken een lijn *FN* evenwijdig aan *CJ*. Gebruik dan driehoek *BNF*.
14 Trek een kijklijn vanuit *M*.
15 Bekijk eerst de twee voorwaarden apart. Combineer ze daarna.
16 Gebruik de stelling van Pythagoras in driehoek *ACM*. Reken gelijk in cm.
17 Bereken eerst het aantal graden van hoek *AMC*. Gebruik de tangens. Bereken daarna het aantal graden van de gevraagde hoek.
18 Bereken eerst de omtrek van de hele cirkel. Gebruik daarna dat een hele cirkel 360° is.
20 $\frac{BC}{AB}$ = tan (hoek *A*).
21 Bereken eerst *AB* met de stelling van Pythagoras.
22 Wat gebeurt er met de verhouding $\frac{BC}{AB}$?
23 Bereken eerst hoeveel meter 1 cm in werkelijkheid is en bereken dan de lengte van P2.
24 Gebruik de stelling van Pythagoras.
25 Gebruik de tangens.
26 Gebruik de sinus.
28 Maak een tekening van de driehoek met gegevens.
29 Denk aan Pythagoras.
30 De som van de hoeken van een driehoek is 180°.
31 Trek een kijklijn vanuit een letter langs de rechter kleine bijpiramide en vergelijk dat met de foto.
32 Bereken de hoogte van de piramide van Cheops met behulp van de formule en de gegeven inhoud.
33 Trek enkele kijklijnen vanuit de woonkamer door het hoekpunt van de keuken naar het terras.
34 Gebruik de stelling van Pythagoras.
35 Gebruik de som van de hoeken van een driehoek is 180°.
36 Gebruik de tangens in driehoek *BFC*.
37 Teken de diagonalen in de ruit. Gebruik de cosinus in een rechthoekige driehoek.

© ThiemeMeulenhoff

38 Ze lopen 5 km in 1 uur. Ga over op minuten en gebruik een verhoudingstabel.

39 Gebruik het hoogteverschil.

40 Hoe langer de weg bij dezelfde stijging, hoe minder steil.

41 Teken een wiskundig model. Ga na of met de gegevens de lengte van de kabelbaan gelijk kan zijn aan 3,2 km.

42 De positieve volgorde is: naar voren, naar rechts, naar boven.

43 Meet en teken de verplaatsingen evenwijdig langs de juiste as.

44 Elke coördinaat van *M* is op de helft van die van *A* en *C*.

45 De vooraanzichten zijn rechthoeken.

46 Gebruik de stelling van Pythagoras.

47 $BS = \frac{1}{2} BD$. Gebruik de tangens.

48 De drie zijden zijn diagonalen.

49 Trek de inhoud van de piramide (*BF* is de hoogte) af van de inhoud van de kubus.

50 Eén been wijst naar het noorden. Een koershoek meet (en teken) je rechtsom.

© ThiemeMeulenhoff

Uitwerkingen bij hoofdstuk 3

Piramide

1 *oppervlakte driehoek ABC* = $\frac{1}{2}$ × *hoogte* × *basis* = $\frac{1}{2}$ × *CE* × *AB*
AB = 35 cm.
- *Berekening CE*
  Driehoek *CEB* is rechthoekig.
  Volgens de stelling van Pythagoras geldt dan: $BC^2 = CE^2 + EB^2$.
  $BC = 35$ cm en $EB = \frac{1}{2} \times 35 = 17{,}5$ cm.
  Invullen geeft: $35^2 = CE^2 + 17{,}5^2$, dus $CE^2 = 35^2 - 17{,}5^2$.
  $CE = \sqrt{1225 - 305{,}25} = \sqrt{918{,}75} = 30{,}31...$.
- *Berekening oppervlakte*
  oppervlakte driehoek ABC = $\frac{1}{2} \times 30{,}31... \times 35 = 530{,}44...$ cm² (of 530 cm²)

2 *Driehoek ABC is gelijkzijdig. Dan is hoek CAB = 60° en hoek SAE = 30°.*

Driehoek *AES* is rechthoekig. Dan geldt: cos (hoek *SAE*) = $\frac{AE}{AS}$

Invullen geeft $\cos 30° = \frac{17{,}5}{AS}$

Dus $AS \times \cos 30° = 17{,}5$. Dat geeft: $AS = \frac{17{,}5}{\cos 30°} = \frac{17{,}5}{0{,}8660...} = 20{,}207...$

Afgerond op één decimaal *AS* = 20,2 cm.

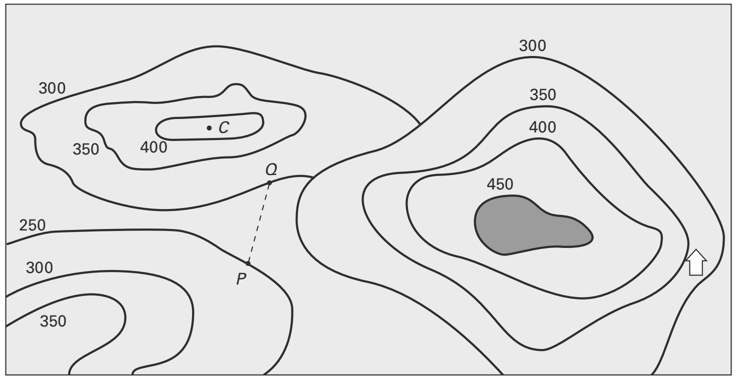
3 Driehoek *ASD* is rechthoekig.
Volgens de stelling van Pythagoras geldt dan: $AD^2 = AS^2 + DS^2$.
AS = 20,2 cm (zie vraag 2) en *AD* = 28 cm (opstaande ribbe).
Invullen geeft: $28^2 = 20{,}2^2 + DS^2$, dus $DS^2 = 28^2 - 20{,}2^2$.

$DS = \sqrt{784 - 408{,}04} = \sqrt{375{,}96} = 19{,}389...$ cm (of 19,4 cm of 19 cm).

Hoogtelijnen

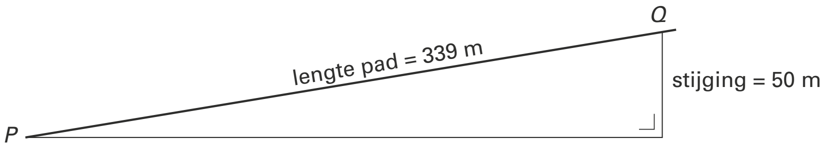
4 De hoogtelijnen verspringen telkens met 50 meter. Rond *C* is geen hoogtelijn getekend van 450 m. De camping kan dus niet op een hoogte van 460 m liggen.

5



© ThiemeMeulenhoff

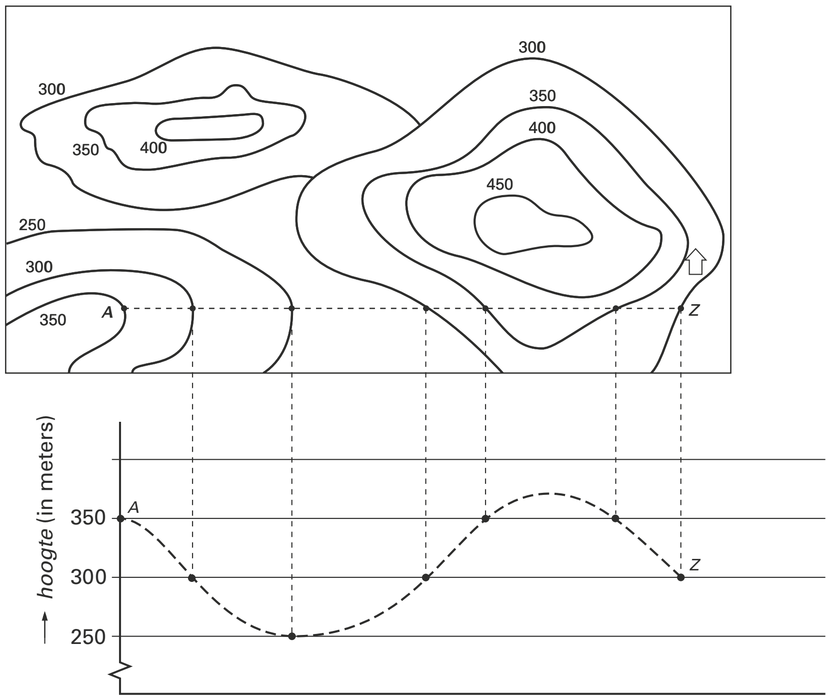
6 Van P naar Q stijg je 50 m (300 m – 250 m). De afstand van P naar Q is (gelijkmatig stijgend) 339 m. Een zijaanzicht kan dan als volgt getekend worden.



De hellingshoek is hoek P. Er geldt sin (hoek P) = $\frac{50}{339}$ en hoek $P \approx 8{,}5°$.

7 Rienk staat op een hoogte van 350 m. De trekkershut bevindt zich (vanuit A) achter een heuvel met een hoogte van minstens 400 m. De trekkershut staat lager dan 350 m. Rienk kan de trekkershut dus niet zien.

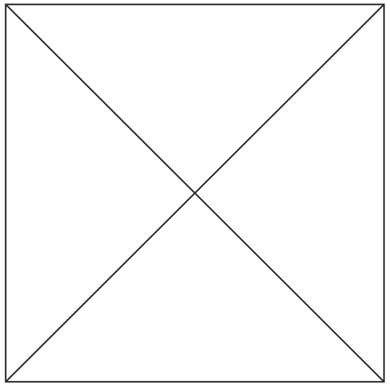
8 *Teken de snijpunten van de lijn AZ met de hoogtelijnen op de juiste plaats in de doorsnede. Verbind daarna deze punten door een vloeiende lijn.*



© ThiemeMeulenhoff

Piramidekaars

9 *Deel de maten door twee.*



10 *inhoud piramide =* $\frac{1}{3}$ *× oppervlakte grondvlak × hoogte*

oppervlakte grondvlak = 10 × 10 = 100 cm^2. De hoogte is 18 cm.

De inhoud van de kaars is $\frac{1}{3}$ × 100 × 18 = 600 cm^3.

11 Voor de grotere kaars geldt:
oppervlakte grondvlak = 10 × 10 = 100 cm^2. De hoogte is 25 cm.

De inhoud van deze kaars is $\frac{1}{3}$ × 100 × 25 = 833,33 cm^3.

De kaars van Mariska heeft een inhoud van 600 cm^3.

De inhoud van de grotere kaars is $\frac{33{,}33}{600}$ keer groter. Dat is ongeveer 1,38 keer.

De prijs van de grotere kaars is dan 1,38 × 1,50 = 2,08 euro.
andere manier
De oppervlaktes van de grondvlakken zijn gelijk. Van belang is dus alleen het verschil in hoogte.
De inhoud van de grotere kaars is $\frac{25}{18}$ keer groter. Dat is ongeveer 1,38 keer.

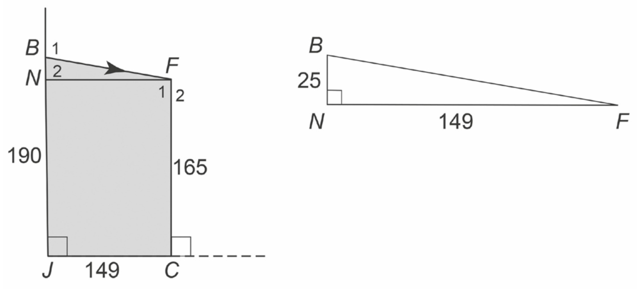
De prijs van de grotere kaars is dan 1,38 × 1,50 = 2,08 euro.

© ThiemeMeulenhoff

Tuinbank

1p **12** De lijnen AH en BG zijn evenwijdig. Je kunt hoek B_2 op hoek A_2 schuiven. Daarom zijn deze hoeken even groot.
Een ander antwoord is dat deze hoeken F-hoeken zijn en dus even groot.

4p **13** Trek FN loodrecht op JB. Dat geeft driehoek BNF.
$BN = BJ - NJ = 190 - 165 = 25$. $NF = JC = 149$.

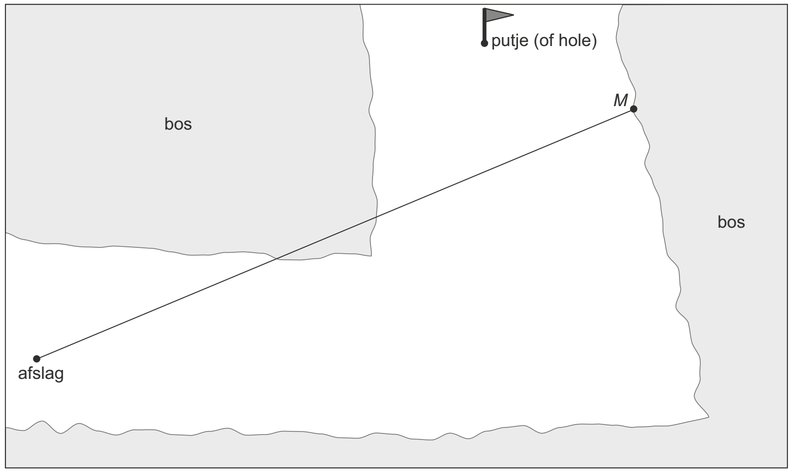


In driehoek BNF geldt $\tan(\text{hoek } B) = \frac{NF}{NB} = \frac{149}{25} = 5{,}96$.

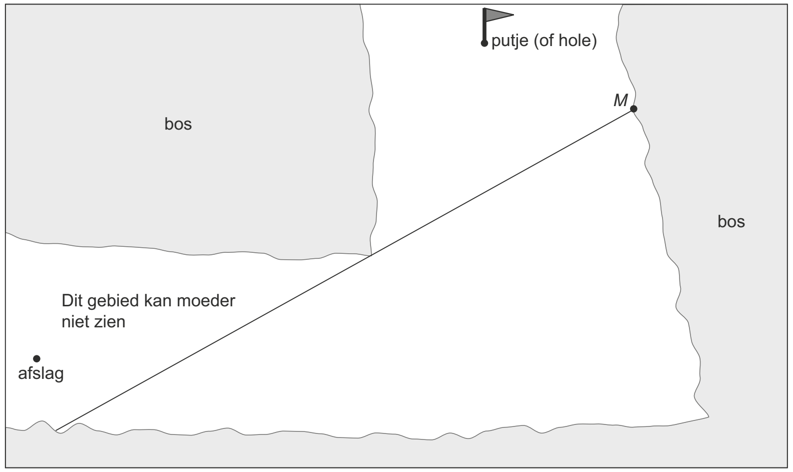
Dan is hoek $B_2 = 80{,}47\ldots°$; dus afgerond 80°.

Golfbaan

14 *1^e manier (kijklijn tussen afslag en M)*
Trek een kijklijn van M naar de afslag (dochter). De kijklijn gaat door het bos en belemmert het zicht. Moeder kan haar dochter dus niet zien.



2^e manier (kijklijn van M door hoekpunt van het bos)
Trek een kijklijn van M door de uiterste punt van het bos. De afslag ligt in het gebied dat moeder niet kan zien. Moeder kan haar dochter dus niet zien.

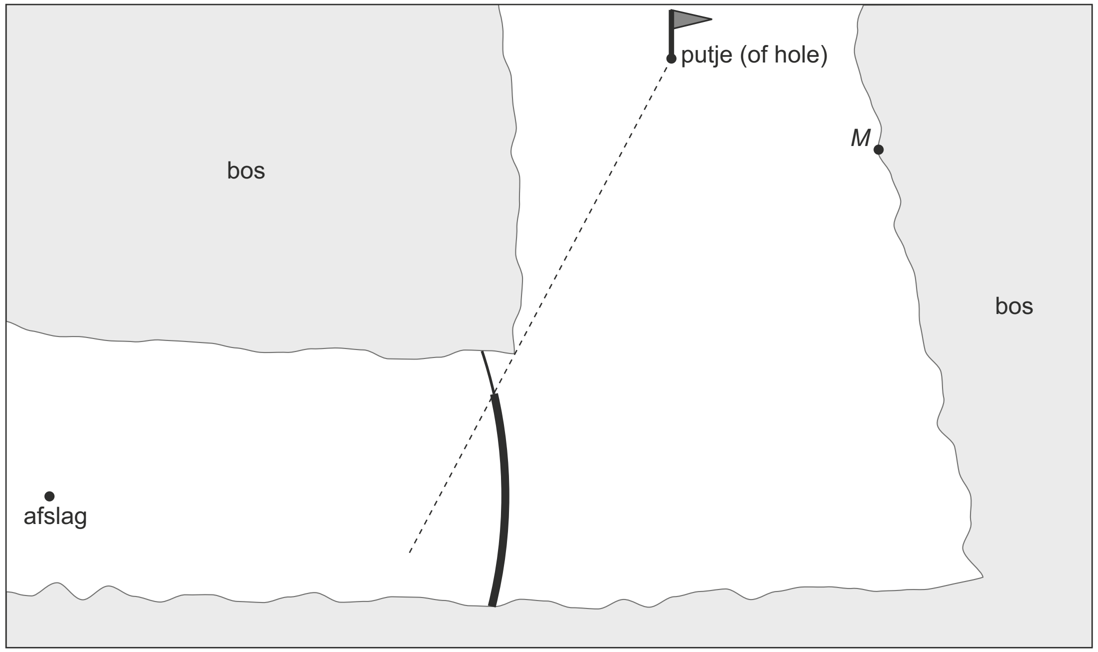


15 • *Eerste voorwaarde (de bal ligt 90 meter van de afslag)*
De schaal is 1:1500, dus 1 cm is in werkelijkheid 1500 cm.

Dan is 90 meter $\frac{9000}{1500}$ = 6 cm in de tekening.

Trek een (gedeeltelijke) cirkel met een straal van 6 cm en als middelpunt de afslag.
De bal kan ergens op deze cirkel liggen.

• *Tweede voorwaarde (de bal is vanaf de vlag bij het putje te zien)*
Trek een kijklijn vanaf het putje door de uiterste punt van het bos. In het gebied onder de kijklijn kan de bal vanaf het putje gezien worden.
Combineer nu de twee voorwaarden. Dat geeft de volgende tekening:

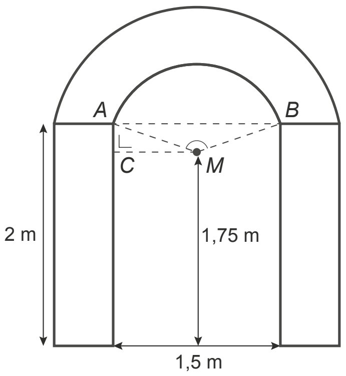


schaal 1:1500

De bal kan overal op het dikke cirkelgedeelte liggen.

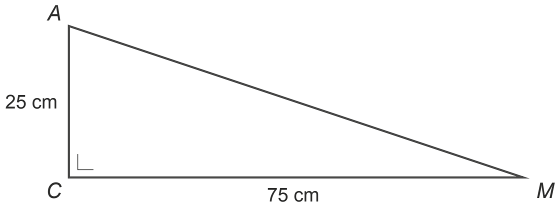
Poort

16



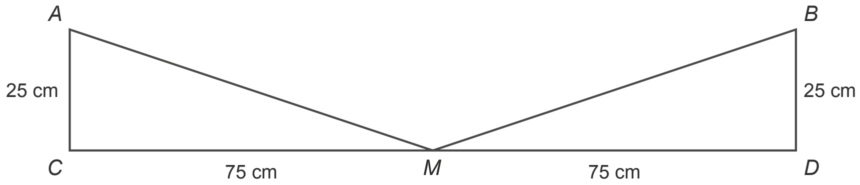
$CM = \frac{1}{2} \times AB = \frac{1}{2} \times 1{,}5$ m = 0,75 m = 75 cm.

AC = 2 m – 1,75 m = 0,25 m = 25 cm.



Volgens de stelling van Pythagoras geldt $AM^2 = AC^2 + MC^2$.
Invullen geeft: $AM^2 = 25^2 + 75^2$.
Verder uitwerken: $AM^2 = 625 + 5625 = 6250$.
Dan is $AM = \sqrt{6250}$ = 79,056... cm; afgerond 79 cm.
De antwoorden 79,1 of 79,06 of nauwkeuriger zijn ook goed.

17 *1^e^ manier (bereken eerst hoek AMC)*

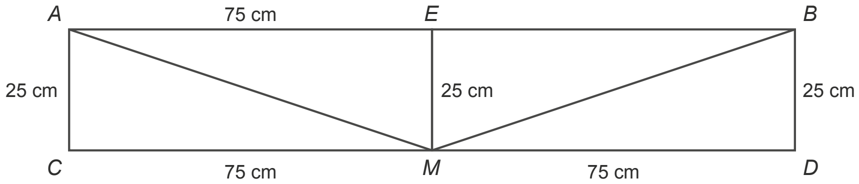


In de rechthoekige driehoek *ACM* geldt tan (hoek *AMC*) = $\frac{AC}{MC}$.

Invullen geeft tan (hoek *AMC*) = $\frac{25}{75}$ = 0,3333...

Dat geeft hoek *AMC* = 18,43...°
Omdat hoek *AMC* = hoek *BMD* geldt hoek *AMB* = 180° – 18,43...° – 18,43...° = 143,13...°; afgerond 143°

2^e^ manier (bereken eerst de helft van hoek AMB)
Trek AB. Trek ME loodrecht op AB.



In de rechthoekige driehoek *AEM* geldt tan (hoek *AME*) = $\frac{AE}{ME}$.

Invullen geeft tan (hoek *AME*) = $\frac{75}{25}$ = 3.

Dat geeft hoek *AME* = 71,56...°
Omdat hoek *AME* = hoek *BME* geldt hoek *AMB* = 2 × 71,56...° = 143,13...°, afgerond 143°

18 *hoek EMF = 154°. Dan is de lengte van boog EF het $\frac{154}{360}$ deel van de omtrek van de hele cirkel.*

Bereken eerst de omtrek van de cirkel met M als middelpunt en ME als straal. Omdat de breedte van de steen 7 cm is, is het handig om gelijk in cm te rekenen.
Omtrek cirkel = π × diameter = π × 2 × *ME* = π × 2 × 113 cm = 709,999… cm.

De lengte van boog *EF* = $\frac{154}{360}$ × 709,99… cm = 303,72… cm.

Het aantal stenen dat nodig is, is dan $\frac{303{,}72}{7}$ = 43,3…
Dat zijn 43 **hele** stenen.
Er zijn natuurlijk 44 stenen nodig, maar de 44ste steen is na plaatsing niet meer heel. Daarom rond je hier af naar beneden.

Hellende huizen

19 $\frac{BC}{AB} = \frac{0{,}6}{15}$ = 0,04.

20 Dan moet gelden $\frac{BC}{AB}$ = 0,04. Maar $\frac{BC}{AB}$ = tan (hoek *A*), dus er moet gelden tan hoek *A* = 0,04.

Dan is hoek *A* = 2,29…°. Dat is afgerond 2,3°

21 Driehoek *CBA* is rechthoekig.
Volgens de stelling van Pythagoras geldt: $AC^2 = BC^2 + AB^2$.

Invullen geeft: $16^2 = (0{,}7)^2 + AB^2$, dus AB^2 = 256 – 0,49 = 255,51.

$AB = \sqrt{255{,}41}$ = 15,984…

Dan geldt $\frac{BC}{AB} = \frac{0{,}7}{15{,}984...}$ = 0,043… .

De helling is groter dan 0,04. De helling voldoet dus niet aan de eisen van de wet.

22 *1^e manier (met redeneren)*

In de breuk $\frac{BC}{AB}$ worden de teller *BC* en de noemer *AB* beide 1,5 keer kleiner.

De verhouding $\frac{BC}{AB}$ blijft dus gelijk.

Dat wil zeggen dat de helling (tangens) hetzelfde blijft. Dus zijn de hoeken even groot.

2^e manier (met rekenen)

Van het andere grachtenhuis is dan $BC = \frac{0{,}6}{1{,}5}$ = 0,4 en $AB = \frac{15}{1{,}5}$ = 10.

Dus $\frac{BC}{AB} = \frac{0{,}4}{10}$ = 0,04.

Dat wil zeggen dat de helling (tangens) hetzelfde blijft. Dus zijn de hoeken even groot.

 © ThiemeMeulenhoff

Brug van Milau

23 : 13,9

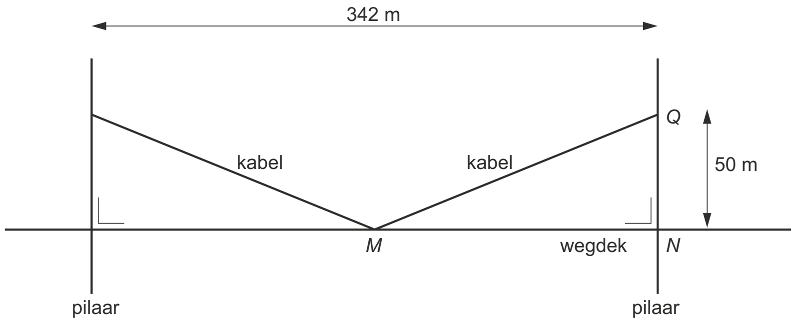
13,9 cm	1 cm
2460 m	$\frac{2460}{13{,}9}$ m

: 13,9

Dus 1 cm is in werkelijkheid $\frac{2460}{13{,}9}$ meter.

De lengte van pilaar P2 in de tekening is 1,9 cm.

Dus pilaar P2 is in werkelijkheid $\frac{2460}{13{,}9}$ × 1,9 m = 336,258… m; afgerond 336 m.



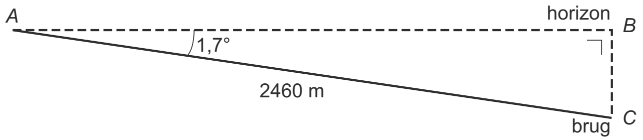
24 *MN* = 171 m en *QN* = 50 m. Zie de figuur.
Volgens de stelling van Pythagoras in de rechthoekige driehoek *QNM* geldt:
$MQ^2 = MN^2 + QN^2$
Invullen geeft $MQ^2 = 171^2 + 50^2$ = 31 741, dus $MQ = \sqrt{31\,741}$ = 178,1… .
Dit is afgerond 178 m.

25 *MN* = 171 m en *QN* = 50 m. Zie de figuur hiervoor.

tan (hoek *QMN*) = $\frac{QN}{MN}$. Invullen geeft tan (hoek *QMN*) = $\frac{50}{171}$ = 0,2923…

Dan is hoek *QMN* = 16,298…° (ofwel afgerond 16°).

26 *Het aantal meters dat de brug lager ligt is de lengte van BC.*



sin (hoek *A*) = $\frac{BC}{AC}$. Invullen geeft sin 1,7° = $\frac{BC}{2460}$. Dus *BC* = 2460 × sin 1,7° = 72,9789…

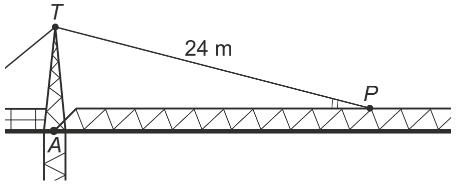
Afgerond op een geheel getal is *BC* = 73 m.

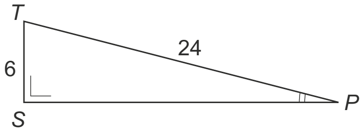
© ThiemeMeulenhoff

Hijskraan

27 Meet bijvoorbeeld de hoogte van 40 meter in de tekening. Je vindt 8 cm.
Omdat 40 m = 4000 cm is 8 cm in werkelijkheid 4000 cm.
De schaal van de tekening is dan 8 : 4000 of 1 : 500.

28 Hieronder is rechts een model van de driehoek met gegevens getekend.



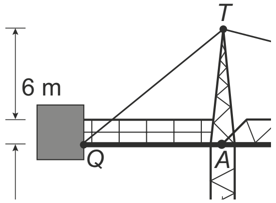


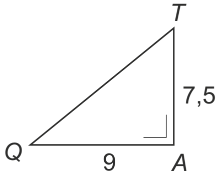
Nu geldt sin (hoek P) = $\frac{ST}{TP}$. Vul nu in $ST = 6$ en $TP = 24$.

Dat geeft sin (hoek P) = $\frac{6}{24} = 0{,}25$.

Terugzoeken met de rekenmachine geeft hoek $P = 14°$.

29 Hieronder is rechts een model van de driehoek met gegevens getekend.



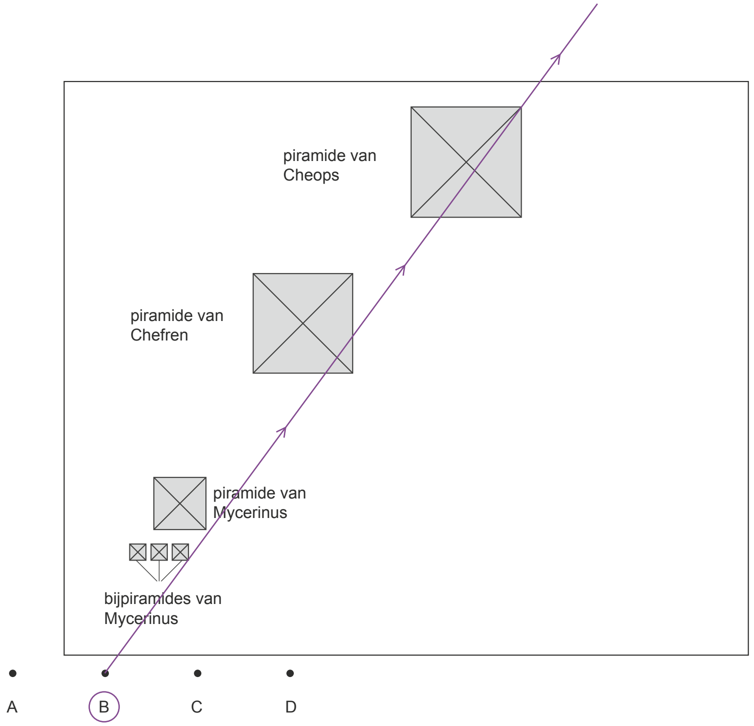


In de rechthoekige driehoek QAT geldt volgens de stelling van Pythagoras:
$QT^2 = QA^2 + AT^2$.
Invullen van $QA = 9$ en $AT = 7{,}5$ geeft $QT^2 = 9^2 + 7{,}5^2 = 81 + 56{,}25 = 137{,}25$.
Dus $QT = \sqrt{137{,}25} = 11{,}71\ldots$. Afgerond in 1 decimaal is QT dan 11,7 m.

30 Omdat $AB = AC$ geldt hoek B_1 = hoek C_1. De som van de hoeken van een driehoek is 180°. Omdat hoek $A = 40°$ geldt hoek B_1 + hoek C_1 = 140° en dus is hoek B_1 = 70°.

Piramides in Egypte

31 Als je vanuit positie *B* langs de rechter kleine bijpiramide kijkt, zie je nog net de rechterkanten van de twee achterste piramides. Vanuit de andere posities is dat niet het geval.



32 *Inhoud piramide* = $\frac{1}{3}$ × *oppervlakte grondvlak* × *hoogte. Het grondvlak is een vierkant.*

1e manier (hoogte berekenen)
De inhoud van de piramide van Cheops is $\frac{1}{3} \times 230{,}4 \times 230{,}4 \times hoogte$
$= 17\,694{,}72 \times hoogte$.
De gegeven inhoud is 2 594 046 m^3.
Dan geldt $17\,694{,}72 \times hoogte = 2\,594\,046$ dus $hoogte = \frac{2\,594\,046}{17\,694{,}72} = 146{,}6\ldots$ m.
De hoogte van de piramide van Chefren is 143,5 m.
De piramide van Chefren is dus lager dan de piramide van Cheops.

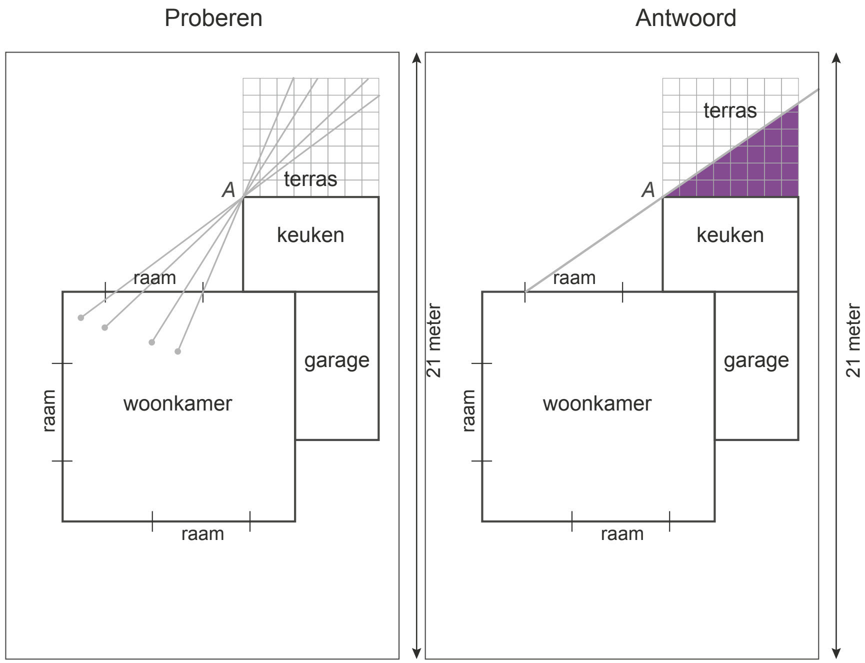
2e manier (inhoud vergelijken)
Neem eens aan dat de hoogte van de piramide van Cheops ook 143,5 m is.
Dan is de inhoud van de piramide van Cheops gelijk aan

$\frac{1}{3} \times 230{,}4 \times 230{,}4 \times 143{,}5 = 2\,539\,102{,}32$ m^3.

Dit is minder dan de gegeven inhoud (2 594 046 m^3) van de piramide van Cheops.
De hoogte van de piramide van Cheops moet dus hoger zijn dan 143,5 m.
Dus is de piramide van Chefren lager dan de piramide van Cheops.

Bouwkavel

33 *Om een idee te krijgen kun je eerst enkele kijklijnen vanuit de woonkamer naar het terras tekenen (zie de linker figuur). Deze kijklijnen moeten wel allemaal door de keukenhoek worden getekend. Het gebied van het terras rechts naast de kijklijn kun je niet zien. Hoe meer je in de woonkamer naar links gaat staan hoe kleiner het gebied van het terras wat je kunt zien. Bij de meest linkse kijklijn zie je vanuit de woonkamer het kleinste gebied van het terras. Die kijklijn is in de rechter figuur getekend samen met het bijbehorende gebied van het terras. Dat gebied is rood gekleurd.*



Naar de overkant

34 In driehoek AEB geldt volgens de stelling van Pythagoras $AE^2 + BE^2 = AB^2$.
Invullen geeft $165^2 + BE^2 = 507^2$.
Dan is $BE^2 = 257\,049 - 27\,225 = 229\,824$ en $BE = \sqrt{229824} = 479{,}399...$ cm.
Afgerond op hele centimeters is $BE = 479$ cm.

35 hoek A + hoek E + hoek $B_1 = 180°$
Invullen geeft $71° + 90°$ + hoek $B_1 = 180°$, dus hoek $B_1 = 180° - 161° = 19°$.
hoek B_1 + hoek B_2 + hoek $B_3 = 142°$
Invullen geeft $19° + 90°$ + hoek $B_3 = 142°$, dus hoek $B_3 = 142° - 109° = 33°$.

© ThiemeMeulenhoff

36 *Om CD te berekenen moet je DF en FC weten.*
$DF = EB = 479$ cm (zie vraag 34)

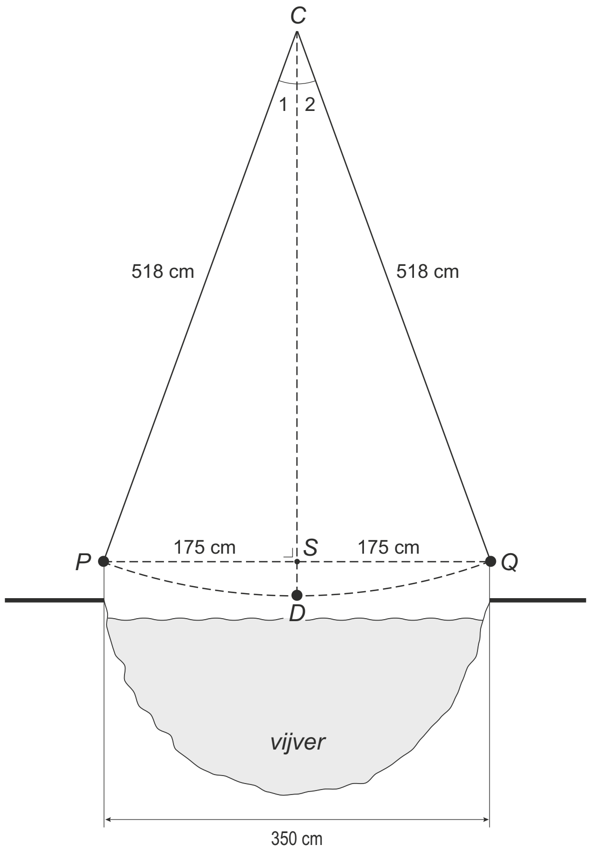
In driehoek BFC geldt tan (hoek B_3) $= \frac{FC}{BF}$.

hoek $B_3 = 33°$ (zie vraag 35).
$BF = ED = 60$ cm.

Invullen geeft $\tan 33° = \frac{FC}{60}$, dus $FC = 60 \times \tan 33° = 60 \times 0{,}6494... = 38{,}96...$ cm.

Dan is $CD = DF + FC = 479 + 38{,}96... = 517{,}96...$ cm. Afgerond is $CD = 518$ cm.

37



De breedte $PQ = 350$ cm, dus $PS = \frac{1}{2} \times 350 = 175$ cm.
$PC = CD = 518$ cm (zie vraag 36).

In de rechthoekige driehoek PSC geldt sin (hoek C_1) $= \frac{PS}{PC}$.

Invullen geeft sin (hoek C_1) $= \frac{175}{518} = 0{,}3378...$ Dan is hoek $C_1 = 19{,}745...°$
Gebruik $\sin^{-1}$ of 2nd sin op de rekenmachine.
hoek C = hoek C_1 + hoek $C_2 = 2 \times 19{,}745...° = 39{,}49...°$
In hele graden moet hoek C dan minstens 40° zijn.
Je moet afronden naar boven omdat met een hoek van 39° Dolf net niet hoog genoeg staat om de overkant te halen.

© ThiemeMeulenhoff

Bergwandeling

38

afstand in km	5	…	?
tijd in minuten	60	1	50

:60 x50

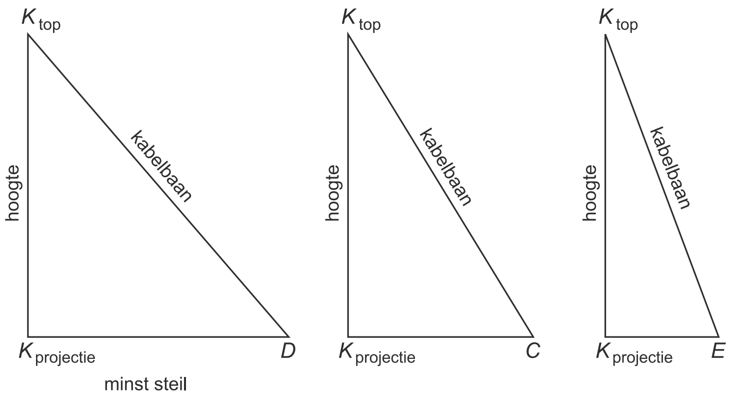
In 50 minuten lopen ze $\frac{5}{60} \times 50 = 4{,}166...$ km.

Afgerond op 1 decimaal is dat 4,2 km.

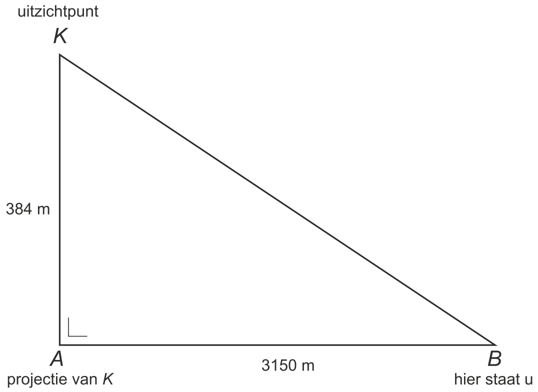
39 *Voor elke 10 meter hoogteverschil is 1 minuut meer tijd nodig. Alleen het hoogteverschil is dus van belang.*
Het hoogteverschil is 1700 – 800 = 900 m = 90 × 10 m.
Dit kost 90 × 1 = 90 minuten meer tijd voor de wandeling.
Ze lopen dus 90 minuten langer.

40 *Wat je ziet, is een bovenaanzicht van de kabelbanen.*
Alle tussenstations *C*, *D* en *E* beginnen op 1700 meter en eindigen in *K*. De totale stijging is voor alle tussenstations hetzelfde. Kijk dus naar de langste weg, want dan is de stijging het minst steil. De afstand van *D* naar *K* is het langst, dus de kabelbaan vanuit *D* is het minst steil.

Met een tekening is het nog duidelijker:



41 *De lengte van de kabelbaan is BK* ***in de driehoek****. Om BK te berekenen heb je de lengte van BA en AK nodig. De lengte van BA vind je uit de hoogtelijnkaart. De hoogtelijnkaart is een bovenaanzicht, dus BA is de projectie van BK. Op de hoogtelijnkaart zie je dus niet de echte kabelbaan. Bereken eerst BA met behulp van de hoogtelijnkaart. Bereken daarna BK* ***in de driehoek*** *met de stelling van Pythagoras en ga na of deze lengte 3,2 km is.*
K ligt op 2084 m. *B* (en dus ook *A*) ligt op 1700 meter (zie hoogtelijnkaart).
Het hoogteverschil *AK* = 2084 – 1770 = 384 m.
Meet *BK* **op de hoogtelijnkaart**. Je vindt *BK* = 2,1 cm. De schaal is 1 : 150 000, dus in werkelijkheid geldt *BK* = 150 000 × 2,1 = 315 000 cm = 3150 m. *BA* is de projectie van *BK*, dus *BA* = 3150 m.

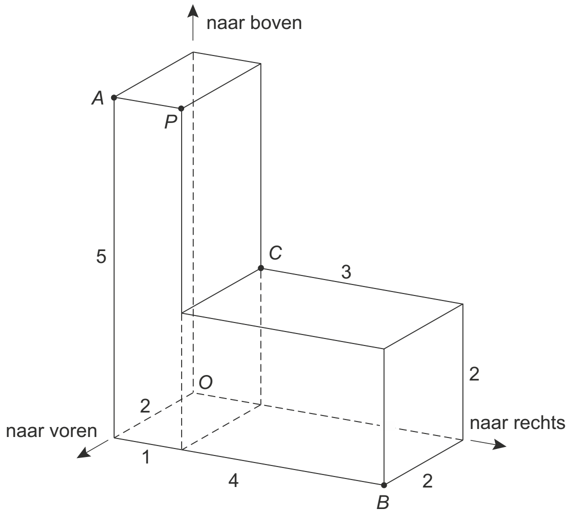


In driehoek *KAB* geldt: $AK^2 + BA^2 = BK^2$, dus $384^2 + 3150^2 = BK^2$
$BK^2 = 147\,456 + 9\,922\,500 = 10\,069\,956$, dus
$BK = \sqrt{10\,069\,956} = 31\,733{,}319...$ m = 3,17... km.
De lengte van de kabelbaan is afgerond 3,2 km.
De lengte van de kabelbaan klopt dus volgens de afstanden van de hoogtelijnkaart.

Ruimtelijke figuren en aanzichten

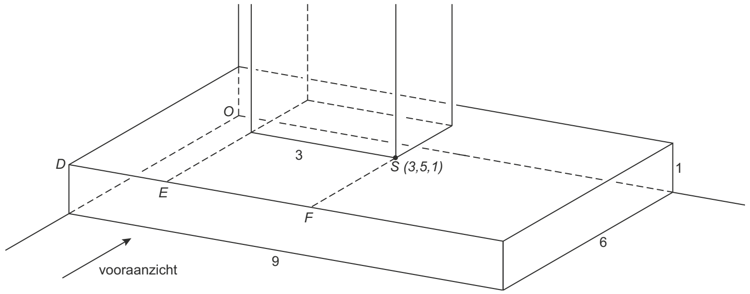
42 *Eerst 2 cm naar voren, dan 4 cm naar rechts en ten slotte 0 cm naar boven.*
De coördinaten van *B* zijn: *B*(2, 4, 0)

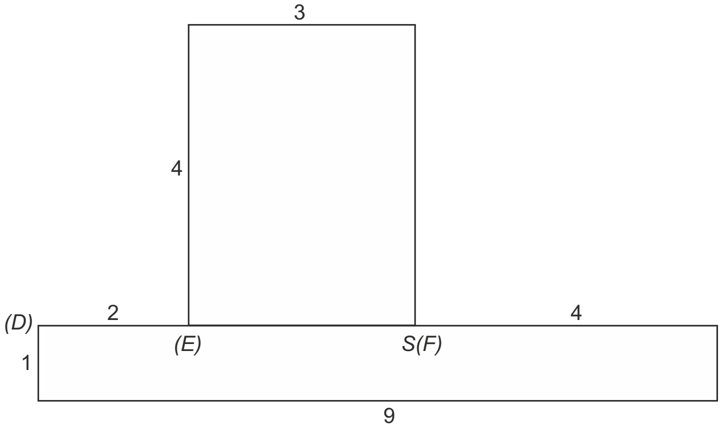
43 *P(2, 1, 5) wil zeggen eerst 2 cm naar voren, dan 1 cm naar rechts en ten slotte 5 cm naar boven.*



44 De coördinaten van punt M zijn: $M(\frac{2+0}{2}, \frac{0+1}{2}, \frac{5+2}{2}) = M(1, \frac{1}{2}, 3\frac{1}{2})$

45 *Bereken eerst een ontbrekende afmeting. Kijk hiervoor naar de 2e coördinaat van S.*
DF = 5 cm. Omdat EF = 3 cm is dus DE = 2 cm. Hiermee is het vooraanzicht te tekenen.

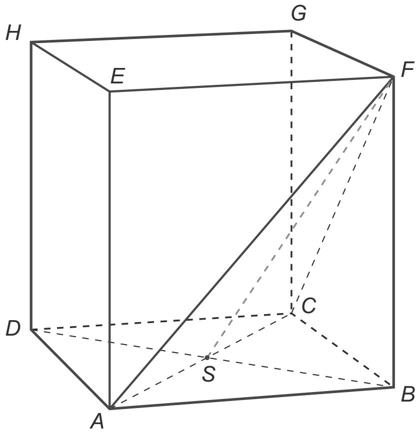




Driehoek in een kubus

46 Volgens de stelling van Pythagoras in driehoek ABC geldt: $AC^2 = AB^2 + BC^2$.
$AB = BC = 5$ cm.
Invullen geeft: $AC^2 = 5^2 + 5^2 = 50$. Dus $AC = \sqrt{50} = 7{,}07\ldots$; afgerond 7,1 cm.

47 *Trek FS.*



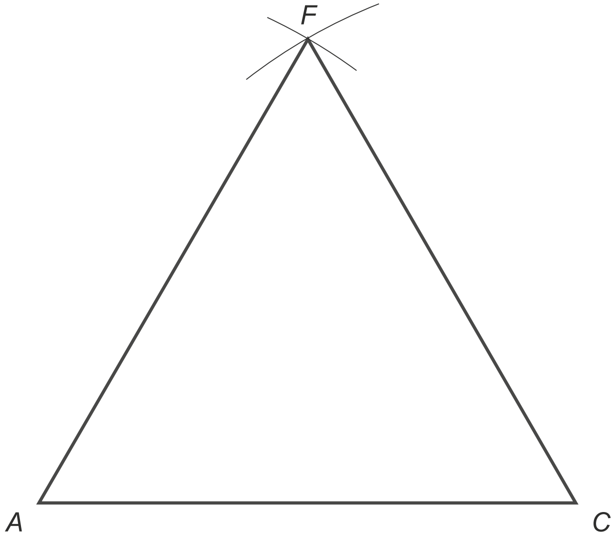
In de rechthoekige driehoek FBS geldt: tan (hoek FSB) = $\frac{FB}{BS}$.

$BF = 5$ cm. BD = AC = 7,1 cm. $BS = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \times 7{,}1 = 3{,}55$ cm.

Invullen geeft: tan (hoek FSB) = $\frac{5}{3{,}55} = 1{,}408\ldots$.

Dan is hoek FSB = 54,625…°; dus ongeveer 55°.
De antwoorden 54,6° of 54,63° of nauwkeuriger zijn ook goed.

48 *Elke zijde van driehoek ACF is een diagonaal van een zijvlak. De lengte van elke zijde is dus 7,1 cm. Teken bijvoorbeeld eerst AC = 7,1 cm en cirkel dan stukken van 7,1 cm vanuit A en C om.*



49 *De inhoud die overblijft is de inhoud van de kubus min de inhoud van de piramide.*

De inhoud van een piramide is $\frac{1}{3}$ × *oppervlakte grondvlak* × *hoogte.*

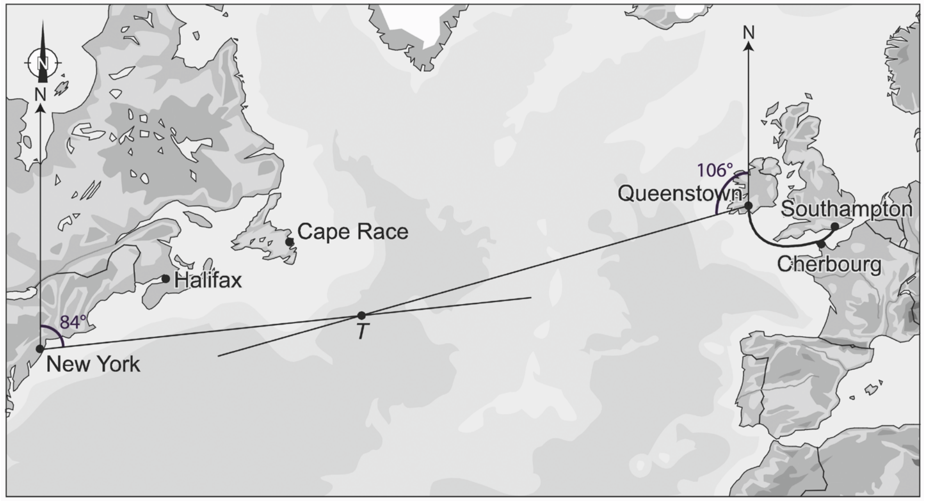
inhoud piramide $F.ABC = \frac{1}{3} \times$ oppervlakte driehoek $ABC \times BF$.

oppervlakte driehoek $ABC = \frac{1}{2} \times AB \times BC = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 = 12{,}5$ cm^2.

inhoud piramide $F.ABC = \frac{1}{3} \times 12{,}5 \times 5 = 20{,}833...$ cm^3.
inhoud kubus = 5 × 5 × 5 = 125 cm^3.
De inhoud van de figuur die overblijft is dan 125 – 20,833... = 104,166... cm^3, dus ongeveer 104 cm^3.
De antwoorden 104,2 of 104,17 of nauwkeuriger zijn ook goed.

Titanic

50 *De koershoek vanuit Queenstown is 254° (rechtsom gemeten). Je kunt dan eenvoudiger een hoek van 360° – 254° = 106° linksom tekenen.*



4 Informatieverwerking en statistiek *

Menu samenstellen

Carl wil in een restaurant een 3-gangenmenu bestellen.
Een 3-gangenmenu bestaat uit één voorgerecht, één hoofdgerecht en één nagerecht.
Carl heeft de keuze uit de volgende gerechten:

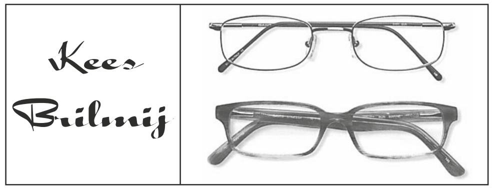
MENUKAART		
voorgerechten:	***1. cocktail***	***€ 7,-***
	2. soep	***€ 5,-***
hoofdgerechten:	***1. met rundvlees***	***€ 19,50***
	2. met vis	***€ 18,50***
nagerechten:	***1. ijs***	***€ 7,50***
	2. kwark	***€ 5,50***
	3. gebak	***€ 3,50***

1 Maak een boomdiagram waarin alle mogelijke keuzes staan voor een 3-gangen menu.

2 In het zomerseizoen worden alle 3-gangenmenu's voor € 30,- aangeboden.
→ Welke 3-gangenmenu's gaan hierdoor in prijs omlaag?
Je mag dit aangeven in het boomdiagram.

3 De vriendin van Carl neemt na een cocktail nooit vis en na rundvlees neemt zij nooit kwark. Als ze soep vooraf neemt, wil ze altijd ijs na.
→ Laat zien uit welke 3-gangenmenu's zij dan nog kan kiezen.
Je mag dit aangeven in het boomdiagram.

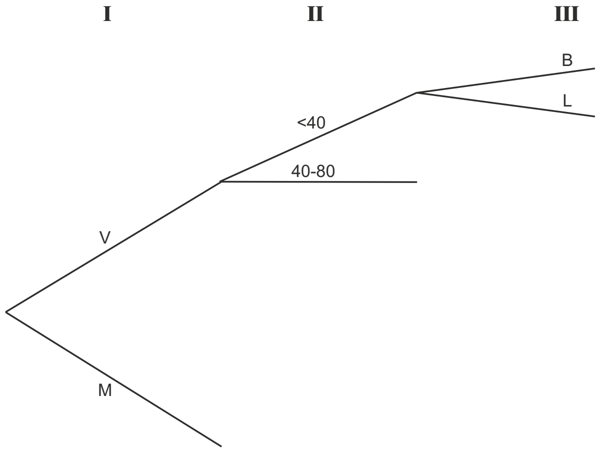
Brillen en lenzen



Een verkoper van brillenhandel Kees Brilmij heeft zijn klanten het onderstaande formulier laten invullen. De klanten moesten zowel bij I, II als III één bolletje zwart maken.

I		
O	vrouw	(V)
O	man	(M)
II		
O	leeftijd jonger dan 40 jaar	(< 40)
O	leeftijd vanaf 40 tot 80 jaar	(40 – 80)
O	leeftijd 80 jaar of ouder	(≧ 80)
III		
O	draagt een bril	(B)
O	draagt lenzen	(L)

4 Met een boomdiagram kun je laten zien welke combinaties van antwoorden er op I, II en III mogelijk zijn. Hieronder is een deel van het boomdiagram getekend.



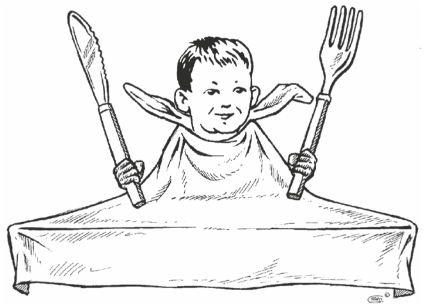
→ Maak dit boomdiagram verder af.

In totaal hebben 700 klanten, waaronder 400 vrouwen, het formulier ingevuld. Van deze vrouwen behoort 48% tot de jongste leeftijdsgroep. Uit de oudste leeftijdsgroep hebben 28 vrouwen het formulier ingevuld.

5 Hoeveel vrouwen uit de middelste leeftijdsgroep hebben het formulier ingevuld? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

6 Van de klanten die het formulier hebben ingevuld, draagt $\frac{3}{5}$-deel van de vrouwen een bril. Bij de mannen dragen er 192 een bril.
→ Welk percentage is hoger, dat van de mannen die een bril dragen of dat van de vrouwen die een bril dragen? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

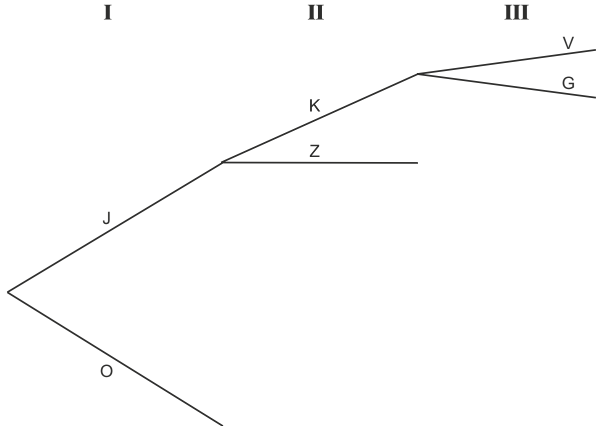
Restaurant



Een restauranthouder wil zijn menukaart uitbreiden. Hij vraagt de klanten het onderstaande enquêteformulier in te vullen. De klanten moesten zowel bij I, II als III één rondje zwart maken.

I		
O	leeftijd jonger dan 16 jaar	(J)
O	leeftijd 16 jaar of ouder	(O)
II		
O	drinkt meestal frisdrank met koolzuur	(K)
O	drinkt meestal frisdrank zonder koolzuur	(Z)
O	drinkt meestal melk	(M)
III		
O	lust wel vis	(V)
O	lust geen vis	(G)

7 Met een boomdiagram kun je laten zien welke combinaties van antwoorden er op I, II en III mogelijk zijn. Hieronder is een deel van het boomdiagram getekend.



→ Maak dit boomdiagram verder af.

8 In totaal hebben 700 klanten het enquêteformulier ingevuld. Van deze 700 klanten waren er 500 jonger dan 16 jaar. Van deze klanten jonger dan 16 jaar drinken er 28 melk en drinkt 24% frisdrank zonder koolzuur.
→ Hoeveel klanten jonger dan 16 jaar, die het formulier hebben ingevuld, drinken frisdrank met koolzuur? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

9 De 62 tweedeklassers van een school gaan in de introductieweek in dit restaurant eten. Alle tweedeklassers zijn jonger dan 16 jaar. De restauranthouder wil de uitslag van de enquête gebruiken om de hoeveelheid melk in te kopen voor deze groep. Hij gaat ervan uit dat de melkdrinkers gemiddeld 1,5 glas per persoon drinken. Uit één pak melk schenkt hij 4 à 5 glazen melk.
→ Hoeveel pakken melk moet de restauranthouder voor deze groep minimaal inkopen?

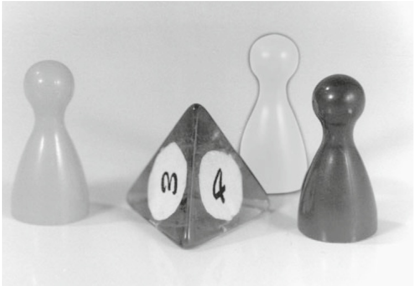
10

Bij dit restaurant kun je een Lucky Meal bestellen. Dit bestaat uit een vleesgerecht, een aardappelgerecht en groente. Je kunt uit drie verschillende soorten groente kiezen. Verder heb je nog keuze uit een aantal verschillende vleesgerechten en uit een aantal verschillende aardappelgerechten. Er zijn meer vleesgerechten dan aardappelgerechten. Volgens de advertentie zijn er 66 verschillende keuzemogelijkheden.
→ Hoeveel verschillende vleesgerechten zijn er? Leg uit hoe je aan je antwoord komt.

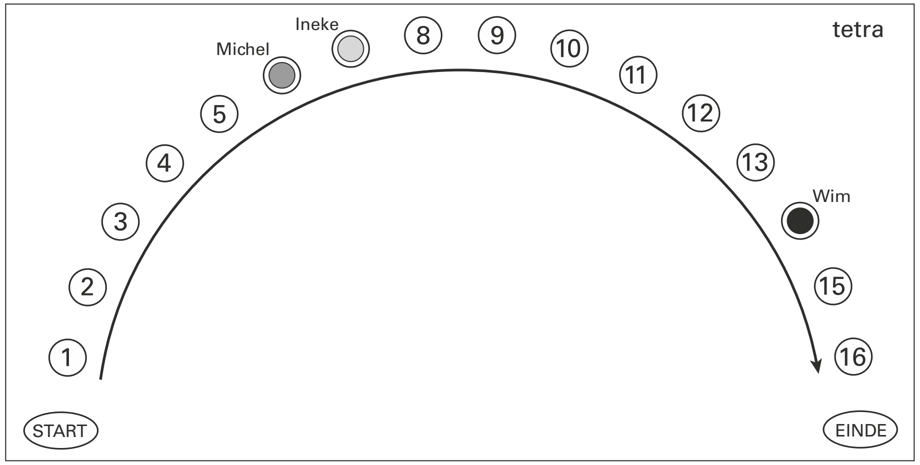
© ThiemeMeulenhoff

Spelletje tetra

Het spel tetra bestaat uit een speelbord, een dobbelsteen en één pion per speler. Bij het spel tetra wordt er gegooid met een 'dobbelsteen' met vier in plaats van zes kanten. Op de zijkanten van de 'dobbelsteen' staan 1, 2, 3 of 4 ogen. De kansen dat je 1, 2, 3 of 4 gooit zijn gelijk. Op de foto hiernaast zie je drie pionnen en een dobbelsteen.



Het speelbord van tetra bestaat uit 18 hokjes waar de pionnen langs gaan. Iedere deelnemer zet zijn pion op het eerste hokje 'START'. Om beurten gooien de deelnemers één keer met de dobbelsteen en gaan zoveel vooruit als de dobbelsteen op de onderkant aangeeft. Wie het eerst op of over het laatste hokje 'EINDE' gaat, heeft gewonnen. Zie onderstaande tekening.



11 Als je op 'START' staat, wat is dan het kleinste aantal keren dat je moet gooien om op 'EINDE' te komen?

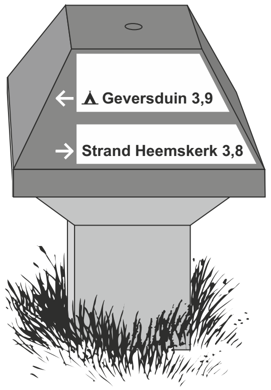
12 Wim, Ineke en Michel doen een spelletje tetra. Hierboven zie je waar hun pionnen staan. Ze hebben allemaal evenveel keren gegooid.
→ Beredeneer hoeveel keren iedereen gegooid kan hebben. Geef alle antwoorden die mogelijk zijn.

13 Wim gooit steeds als eerste. Hij is nu aan de beurt. Ineke ziet aan de stand van de pionnen dat zij geen kans meer heeft om te winnen en stopt ermee.
→ Hoeveel hokjes had Inekes pion minimaal verder moeten staan om nog kans te hebben om te winnen? Leg uit hoe je aan je antwoord bent gekomen.

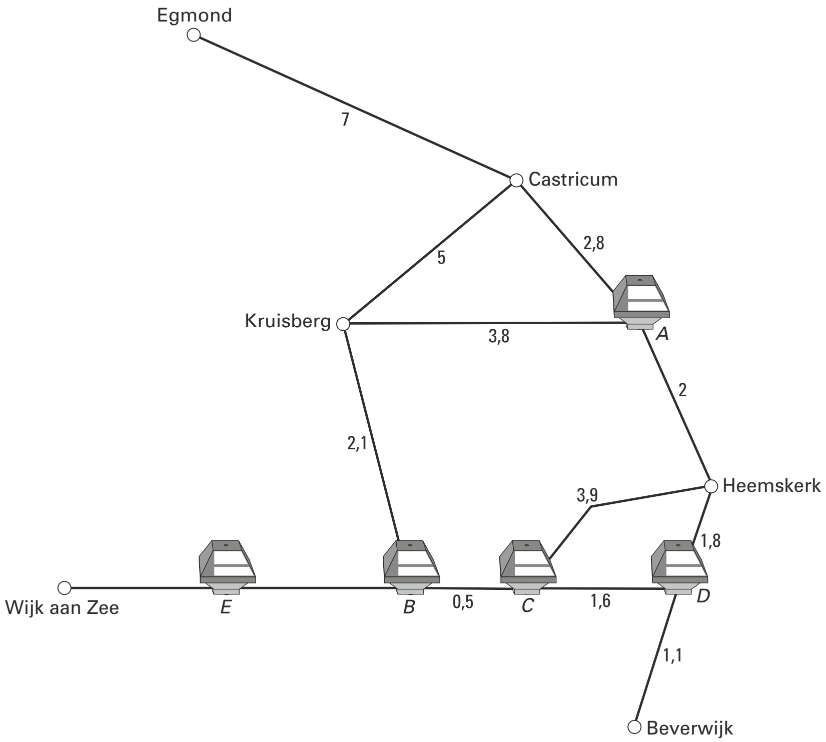
© ThiemeMeulenhoff

Paddenstoelen

In het duinengebied van Noord-Holland staan veel wegwijzers in de vorm van een paddenstoel. Op zo'n paddenstoel staan pijlen die de richting naar een bepaalde plaats aangeven. Ook staat daarop de kortste afstand in kilometers naar die plaats. Zie onderstaande tekening.



Hieronder is een graaf getekend die hoort bij een gedeelte van een fietskaart.
Op de punten *A* tot en met *E* staan paddenstoelen.
De getallen geven het aantal kilometers aan tussen de knooppunten.



14 Hieronder staat een afstandentabel waarin de afstanden in kilometers tussen vier plaatsen ingevuld moeten worden. Enkele afstanden zijn al ingevuld.

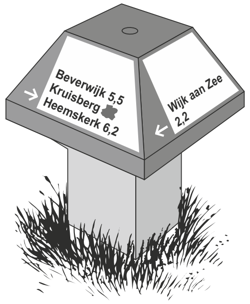
		naar			
		Beverwijk	**Castricum**	**Egmond**	**Heemskerk**
van	**Beverwijk**	0			
	Castricum		0		
	Egmond			0	11,8
	Heemskerk			11,8	0

→ Vul deze tabel verder in.

15 Op zaterdag maakt Janneke een fietstocht. Ze staat voor de paddenstoel die je op de tekening hieronder ziet.

→ Staat deze paddenstoel in de graaf op punt *A*, *B*, *C* of *D*?

16 Op dinsdag maakt Janneke een fietstocht van Wijk aan Zee naar de Kruisberg. In punt *E* ziet ze onderstaande paddenstoel. Janneke kan niet lezen hoeveel kilometer het naar de Kruisberg is.



→ Bereken hoeveel kilometer het vanaf punt *E* naar de Kruisberg is.

17 Op woensdag gaat Janneke op de fiets van Egmond naar haar vriendin in Heemskerk met wie ze om 11.00 uur heeft afgesproken. De afstand van Egmond naar haar vriendin in Heemskerk is 11,8 km.
Ze vertrekt om 10.15 uur en fietst gemiddeld 16 km/uur.
→ Is Janneke op tijd bij haar vriendin in Heemskerk? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

18 De school van Janneke heeft een fietspuzzeltocht uitgezet met verschillende routes van Egmond naar Wijk aan Zee. Binnen één route mag niet twee keer dezelfde weg gereden worden.
→ Schrijf alle verschillende routes op die mogelijk zijn.

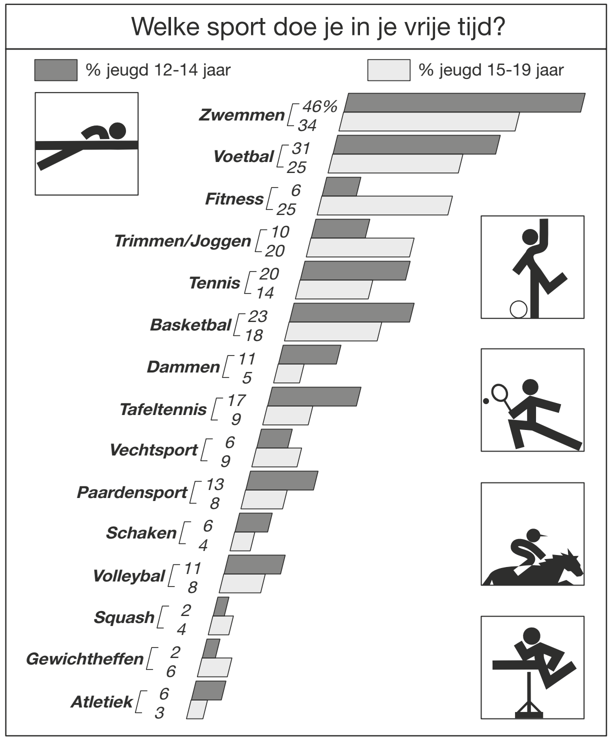
19 Janneke en Paul maken op donderdag allebei een fietstocht. Ze starten tegelijk in Beverwijk. Janneke rijdt de volgende route:

Beverwijk → *D* → *C* → *B* → Kruisberg → Castricum → *A* → Heemskerk → *D* → Beverwijk.

Paul fietst het eerste gedeelte tot aan punt *D* met Janneke mee. Daarna fietst hij haar route in omgekeerde richting. Ze komen elkaar in de buurt van Castricum tegen. Ga ervan uit dat ze met dezelfde snelheid fietsen.
→ Bereken in één decimaal op hoeveel kilometer van Castricum ze elkaar tegenkomen.

Sportende jongeren

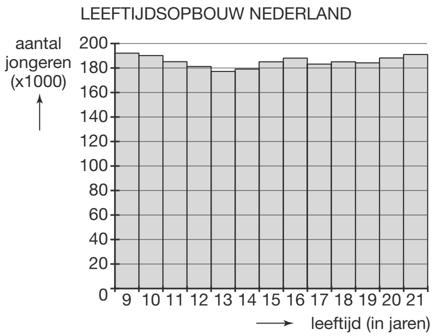
In het diagram kun je zien welk deel van de jeugd aan een bepaalde sport doet.



20 Welke sporten worden door 12-14 jarigen naar verhouding minder beoefend dan door 15-19 jarigen?

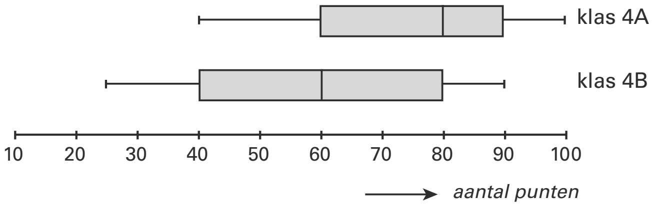
21 Van de jongeren van 15-19 jaar doet 26% helemaal niet aan sport: dit zijn 240 754 jongeren.
→ Bereken hoeveel jongeren van deze leeftijdsgroep aan dammen doen.

22 Hiernaast zie je in een staafdiagram hoeveel jongeren er van een bepaalde leeftijd zijn.
Julian beweert: 'Het aantal jongeren van 12-14 dat aan paardensport doet is ongeveer even groot als het aantal jongeren van 15-19 dat aan paardensport doet.'
→ Ben je het wel of niet eens met zijn bewering? Leg je antwoord uit met behulp van de twee diagrammen.



Toetsresultaten

Een leraar heeft in klas 4A en in klas 4B een toets afgenomen. Hiervoor kon je in totaal 100 punten halen. Bij 55 punten en hoger heb je een voldoende.
De leraar heeft de punten van zijn leerlingen in twee boxplots verwerkt.



23 Wat weet je van het percentage voldoendes in klas 4A?

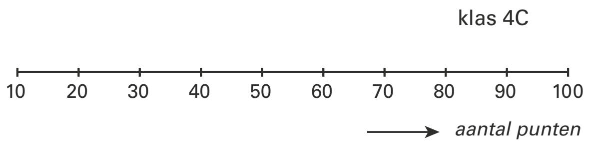
24 Jarch heeft de boxplots bekeken en beweert dat klas 4A een hoger gemiddelde heeft dan klas 4B.
→ Leg uit waarom je het wel of niet met Jarch eens bent.

Klas 4C heeft de toets ook gemaakt. De punten van deze klas staan in het volgende steelbladdiagram).

aantal behaalde punten

3	5								
4	0	0	1	3	4	5	6		
5	4	7	7	8	8	9	9		
6	5	5	6	6	7	8	8	8	9
7	1	5	6	6	7	7	7		
8	0								

25 Teken in onderstaande figuur de boxplot die bij de punten van klas 4C hoort.



Leeftijdsopbouw

Voor een praktische opdracht hebben Elise en Maaike de leeftijdsopbouw van alle docenten op hun school onderzocht. Hierbij zijn ze uitgegaan van de leeftijden op 1 januari 2002. De resultaten zie je in de onderstaande frequentietabel.

leeftijd	man	vrouw
21	0	1
23	0	2
26	1	1
28	0	3
30	1	1
32	0	3
34	0	1
35	1	3
36	0	2
40	2	0
43	2	2
44	2	2
45	1	1

leeftijd	man	vrouw
46	1	0
47	3	0
48	1	2
49	1	1
50	1	0
51	1	0
52	3	2
53	1	0
54	0	1
55	2	0
56	3	1
58	1	0
59	1	1

De leeftijd van alle docenten die op school werkten op 1 januari 2002 kun je verdelen in klassen van tien jaar.

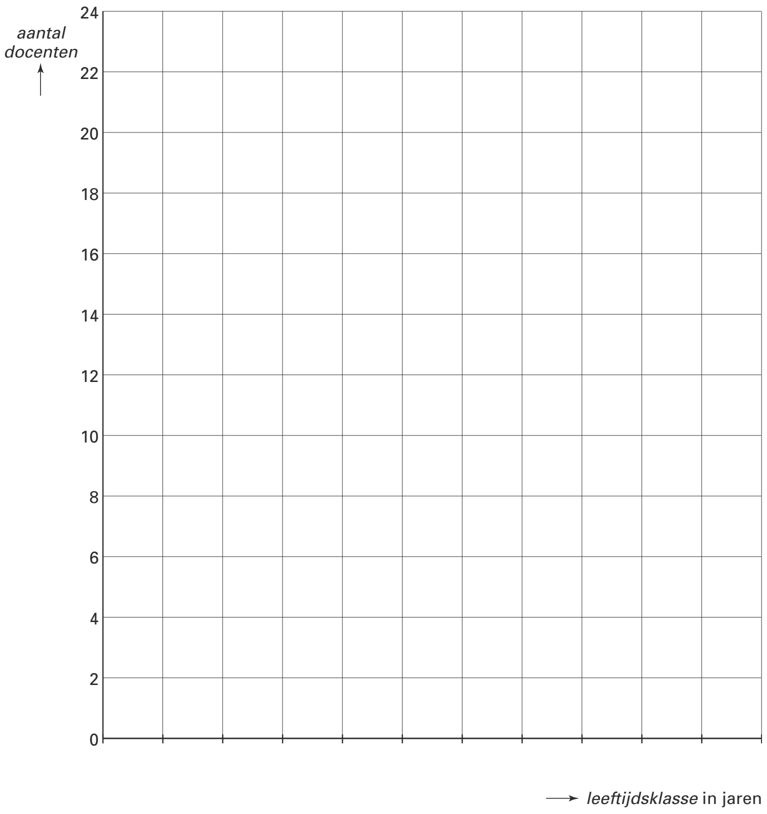
26 Vul de tabel verder in.

leeftijdsklassen	aantal docenten
20-29	8
30-39	12
40-49	21
50-59	18

© ThiemeMeulenhoff

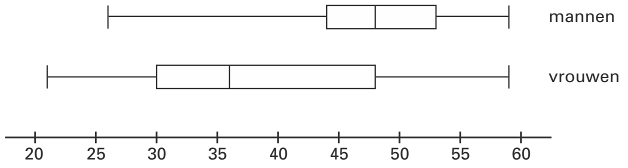
27 Teken in het assenstelsel op de volgende bladzijde het staafdiagram dat bij de tabel uit vraag 26 hoort.

leeftijdsopbouw



28 Bereken hoeveel procent van de vrouwelijke docenten die op 1 januari 2002 op de school werkten, **na** 1 januari 1968 geboren is.

29 Om een duidelijker beeld te krijgen van de leeftijdsopbouw van de docenten op hun school, hebben Elise en Maaike van de gegevens uit de frequentietabel twee boxplotten getekend. Het resultaat zie je hieronder.



→ Hoeveel procent van de vrouwelijke docenten is volgens de boxplotten ouder dan de jongste helft van de mannelijke docenten? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

© ThiemeMeulenhoff

Smiky Chips

Hierboven zie je een foto met drie zakjes Smiky Chips. Op die zakjes staat dat er 30 gram in de zakjes zit. In werkelijkheid blijkt dat er bijna nooit precies 30 gram chips in een zakje zit. Daarom worden de zakjes regelmatig gecontroleerd. Bij één van die controles worden 20 zakjes chips nauwkeurig gewogen. De resultaten in grammen staan in onderstaande tabel.

	gewicht in gram
zakje 1	30,2
zakje 2	29,9
zakje 3	28,2
zakje 4	31,1
zakje 5	32,2
zakje 6	28,8
zakje 7	30,0
zakje 8	30,6
zakje 9	31,0
zakje 10	31,3
zakje 11	29,9
zakje 12	31,4
zakje 13	30,9
zakje 14	28,3
zakje 15	30,1
zakje 16	30,3
zakje 17	29,5
zakje 18	28,7
zakje 19	31,0
zakje 20	30,8

30 Bereken in één decimaal hoeveel gram chips er gemiddeld in een zakje zit.

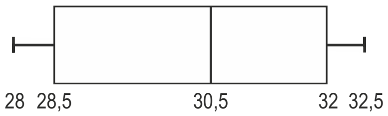
31 Maak van bovenstaande gegevens een steelbladdiagram.

© ThiemeMeulenhoff

32 De controleur moet na de controle van de 20 zakjes de modus doorgeven aan de persoon die de machine bedient.
→ Wat geeft hij door als modus? Leg je antwoord uit.

33 De controleur moet na de controle van de 20 zakjes de mediaan doorgeven aan de persoon die de machine bedient.
→ Wat geeft hij door als mediaan? Leg je antwoord uit.

34 Een zakje dat 28,5 gram of minder weegt, wordt afgekeurd. Als bij een controle van 20 zakjes meer dan twee zakjes worden afgekeurd, moet de machine worden nagekeken.
De resultaten van een andere controle van 20 zakjes zijn in onderstaande boxplot verwerkt.



→ Moet de machine worden nagekeken? Leg je antwoord uit.

Cinema Tuschinsky

Iedere dag van de week worden er in de zalen van Cinema Tuschinsky films gedraaid.
In zaal 1 zijn twee middagvoorstellingen (om 14.00 uur en 16.00 uur) en twee avondvoorstellingen (om 19.00 uur en 22.00 uur).
Hieronder zie je een tabel met de bezoekersaantallen van zaal 1 in de afgelopen week.

zaal	14.00 uur	16.00 uur	19.00 uur	22.00 uur
maandag	23	–	–	47
dinsdag	36	–	–	23
woensdag	43	–	–	43
donderdag	24	–	68	59
vrijdag	47	–	68	68
zaterdag	47	55	66	68
zondag	59	50	64	59

35 In zaal 1 draaien verschillende films. In het krantenbericht hieronder zie je wanneer de film TITANIC de afgelopen week draaide.

TITANIC
dagelijks: 22.00 uur
zaterdag en zondag ook: 16.00 uur

→ Bereken hoeveel bezoekers er in de afgelopen week in zaal 1 naar TITANIC zijn gegaan.

© ThiemeMeulenhoff

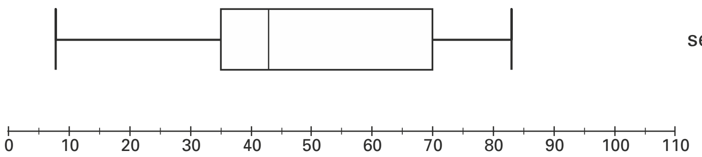
36 Hieronder zie je een begin van een steelbladdiagram van de aantallen bezoekers van zaal 1 in de afgelopen week.
De aantallen bezoekers bij de middagvoorstellingen staan al in het steelbladdiagram.

middagvoorstelling		avondvoorstelling
	1	
4 3	2	
6	3	
7 7 3	4	
9 5 0	5	
	6	
eenheden	tientallen	eenheden

→ Zet de aantallen bezoekers van de avondvoorstellingen ook in het steelbladdiagram.

37 Een kaartje voor een middagvoorstelling kost € 6,- en een kaartje voor een avondvoorstelling kost € 7,-. Er wordt volgens de bedrijfsleiding winst gemaakt als de opbrengst van de kaartjes van een voorstelling hoger is dan € 350,-.
→ Bereken bij hoeveel voorstellingen in zaal 1 in de afgelopen week winst is gemaakt.

38 In de figuur hieronder zie je een boxplot van de aantallen bezoekers van 88 voorstellingen in zaal 2 in de maand **september**.



september

Hieronder staat een lijst met de aantallen bezoekers van 93 voorstellingen in zaal 2 in de maand **oktober**. De aantallen in deze lijst staan op volgorde van grootte. Na iedere tien getallen staat een dubbel streepje.
Bij voorstellingen in zaal 2 met minder dan 35 bezoekers zijn de personeelskosten in verhouding te hoog.

bezoekersaantallen in de maand oktober

12	13	13	15	16	18	20	20	20	22	23	23	25	26	26	26	26	27	29	31
33	33	33	33	36	36	38	38	40	41	42	42	43	44	44	45	45	46	48	48
48	48	48	49	49	50	50	51	51	52	52	53	55	58	58	60	60	63	63	64
65	65	67	69	69	70	71	73	74	74	74	78	80	84	85	87	87	90	93	93
93	93	95	97	99	100	102	102	105	106	106	106	106							

→ In welke van deze twee maanden waren de meeste voorstellingen met minder dan 35 bezoekers? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

© ThiemeMeulenhoff

Hints bij hoofdstuk 4

4 Vergeet niet om uitleg bij de takken te schrijven.

6 Er zijn 300 mannen die het formulier hebben ingevuld.

7 Vergeet niet om uitleg bij de takken te schrijven.

9 Bereken eerst hoeveel melkdrinkers je mag verwachten onder de tweedeklassers.

10 Schrijf eerst de vermenigvuldiging op in woorden waarmee het getal 66 is berekend.

11 Wat is het maximale aantal hokjes dat je in één beurt vooruit kunt gaan?

12 Ze hebben allemaal even veel keer gegooid. Dus probeer eerst of elk twee keer gooien kan.

13 Ga er van uit dat Wim steeds de slechtste worpen doet. Waar zou de pion van Ineke dan moeten staan zodat ze hem nog voorbij kan komen?

15 Ga steeds na of de afstanden naar de aangegeven plaatsen kloppen.

16 Gebruik de afstanden op de paddenstoel en in de graaf om de afstand *EB* te berekenen.

18 Maak een boomdiagram van alle routes, dan vergeet je niet zo snel een route.

19 Janneke en Paul fietsen even snel. Janneke en Paul komen elkaar daarom op de helft van de rondweg tegen.

20 Vergelijk de lengte van de staven.

21 Kies een manier: bereken of eerst het totale aantal jongeren van 15-19 of bereken eerst hoeveel 1% is.

22 Lees eerst af hoeveel jongeren er in totaal in de twee leeftijdsgroepen zijn.

23 Ga nog eens na welke percentages bij de boxplot horen.

24 De bewering van Jarch is dat klas 4A een **hoger** gemiddelde heeft dan klas 4B. Om deze bewering na te gaan moet je uit gaan van de meest ongunstige situatie voor klas 4A. Neem daarom aan dat alle punten van klas 4B helemaal rechts in de boxen liggen en alle punten van klas 4A helemaal links in de boxen liggen.

25 Ga nog eens na welke getallen je nodig hebt voor het tekenen van een boxplot.

28 Geboren na 1 januari 1968 betekent een leeftijd **lager** dan 34 jaar.

29 Waar ligt de grens jongste helft/oudste helft? Ga ook nog eens na welke percentages bij de boxplot horen.

31 Zet op de bladeren de decimalen.

32/33 Kijk nog eens na wat een mediaan en wat een modus is.

34 Ga in de boxplot na of er bij een controle meer dan twee zakjes minder dan 28,5 gram wogen. Als dat het geval is moet de machine worden nagekeken.

36 Let op de volgorde van klein naar groot.

38 Ga nog eens na welke percentages bij de boxplot horen. Bereken de **aantallen** voor september en oktober.

© ThiemeMeulenhoff

Uitwerkingen bij hoofdstuk 4

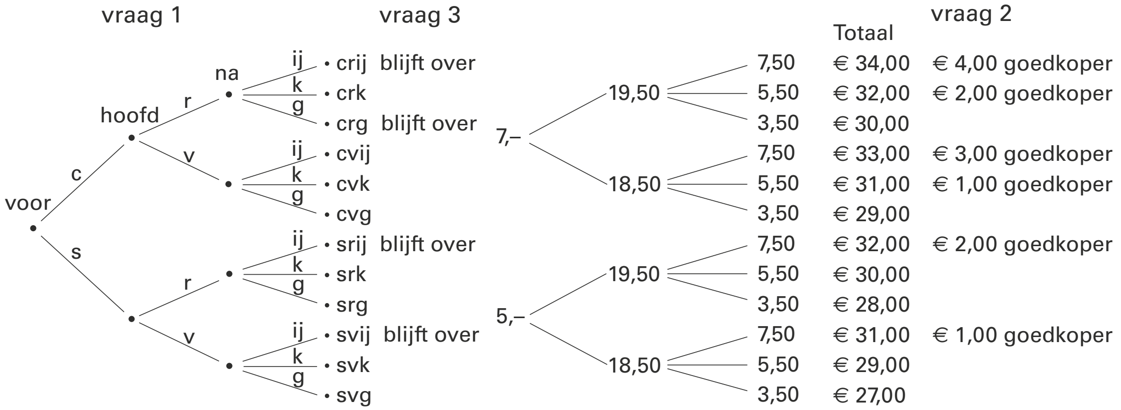
Menu samenstellen

1 *Elk voorgerecht kan worden gecombineerd met twee hoofdgerechten. Elk hoofdgerecht kan daarna worden gecombineerd met drie nagerechten. Alle twaalf 3-gangen menu's zijn in het onderstaande boomdiagram aangegeven.*

2 *Maak een nieuw boomdiagram voor de prijzen (je mag ook in plaats daarvan de prijzen in het boomdiagram van de menu's erbij schrijven). Vergelijk daarna de menuprijzen met het bedrag van € 30,-.*

3 *In het boomdiagram ga je van elk 3-gangen menu na welk menu aan de voorwaarden voldoet. Een menu dat start met cv valt dus gelijk in zijn geheel af, terwijl elk menu waarin de combinatie rk voorkomt ook afvalt.*

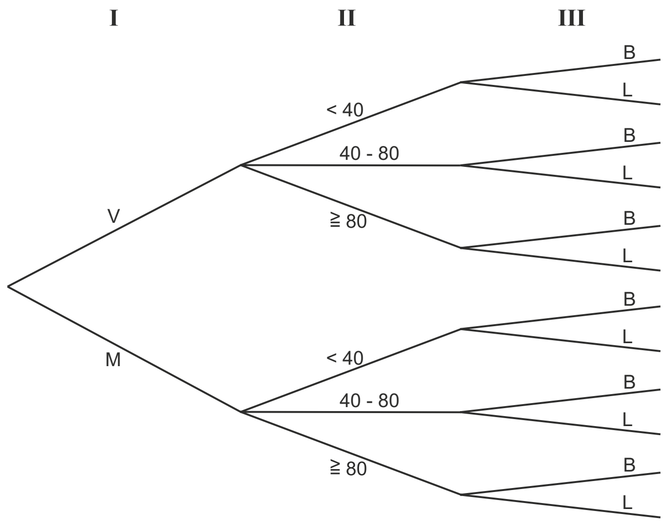
In de onderstaande boomdiagrammen zijn de antwoorden op vragen 1, 2 en 3 verwerkt.



© ThiemeMeulenhoff

Brillen en lenzen

4



5 48% van de vrouwen behoort tot de jongste leeftijdsgroep.
Er zijn 400 vrouwen. Dus 48 × 4 = 192 vrouwen behoren tot de jongste leeftijdsgroep.
Van de vrouwen behoren er 28 tot de oudste leeftijdsgroep.
Er blijven dus 400 – 192 – 28 = 180 vrouwen over die tot de middelste leeftijdsgroep behoren.

6 $\frac{3}{5}$-deel van de vrouwen draagt een bril. Dat is 60%.

Er zijn 700 – 400 = 300 mannen die het formulier hebben ingevuld.

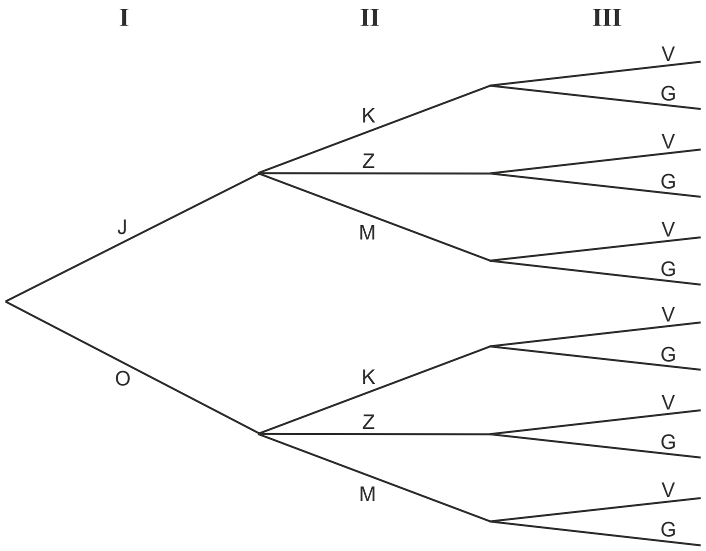
Van deze mannen dragen 192 een bril. In procenten is dat $\frac{192}{300} \times 100\% = 64\%$.

Het percentage mannen dat een bril draagt is dus hoger dan het percentage vrouwen dat een bril draagt.

© ThiemeMeulenhoff

Restaurant

7



8 24% van de klanten jonger dan 16 jaar drinkt frisdrank zonder koolzuur.
Er zijn 500 klanten jonger dan 16 jaar. Dus 24 × 5 = 120 klanten jonger dan 16 jaar drinken frisdrank zonder koolzuur.
Van de klanten jonger dan 16 jaar drinken er 28 melk.
Er blijven er dus 500 – 120 – 28 = 352 over die frisdrank met koolzuur drinken.

9 Er zijn 28 melkdrinkers van de 500 jongeren onder de 16 jaar.
Dat is het $\frac{28}{500}$- deel.
Van de 62 tweedeklassers is het aantal melkdrinkers dan ongeveer
$\frac{28}{500} \times 62 = 3{,}47\ldots$, dus zeg maar 4.
Deze 4 tweedeklassers drinken ongeveer 4 × 1,5 = 6 bekers melk.
Uit een pak melk schenk je 4 à 5 bekers melk. De restauranthouder moet dus minimaal twee pakken melk inkopen.

10 Het totale aantal verschillende menu's bereken je met de vermenigvuldiging
aantal vleesgerechten × *aantal aardappelgerechten* × *aantal verschillende groentes.*
Volgens de opgave is de uitkomst van deze berekening 66.
Er zijn 3 verschillende groentes.
Dan is dus *aantal vleesgerechten* × *aantal aardappelgerechten* = $\frac{66}{3}$ = 22.
Dit getal 22 is te schrijven als 22 × 1 of als 11 × 2.
Er zijn een **aantal** verschillende aardappelgerechten en vleesgerechten. Een aantal is meer dan 1, dus 22 × 1 valt af. Blijft over 11 × 2.
Er zijn meer vleesgerechten als aardappelgerechten.
Er zijn dus 11 verschillende vleesgerechten.

© ThiemeMeulenhoff

Spelletje Tetra

11 Per beurt kun je maximaal 4 hokjes vooruit. Het totaal aantal hokjes dat je moet afleggen is 17. Dit kost dus minstens 5 beurten.
Met 4 beurten kun je nooit verder komen dan 16.

12 Michel heeft in totaal 6 ogen gegooid. Het aantal worpen hiervoor kan zijn geweest:
- 2, maar dan zou Wim nooit verder zijn gekomen dan plaats 8
- 3, maar dan zou Wim nooit verder zijn gekomen dan plaats 12
- 4, 5 of 6 worpen zijn wel mogelijk voor Wim en ook voor Ineke

13 Waarom stopt Ineke? Als Wim pech heeft gooit hij steeds een 1. Hij is dan in drie worpen op 'Einde'.
Ineke heeft dan twee worpen gedaan en zou dan met twee keer een 4 gooien op 15 staan. Ze kan dus nooit winnen.
Als ze echter twee plaatsen verder had gestaan, dan zou ze nog wel een (kleine) kans hebben gehad om te winnen. Het spelverloop zou kunnen zijn:
beurt 1: Wim van 14 naar 15 en Ineke van 9 naar 13
beurt 2: Wim van 15 naar 16 en Ineke van 13 naar 'EINDE'.

Paddenstoelen

14

		naar			
		Beverwijk	**Castricum**	**Egmond**	**Heemskerk**
van	**Beverwijk**	0	7,7	14,7	2,9
	Castricum	7,7	0	7	4,8
	Egmond	14,7	7	0	11,8
	Heemskerk	2,9	4,9	11,8	0

15 *Vanaf punt A is de afstand naar Heemskerk 2 km, dus punt A is niet juist.*
Vanaf punt B is de afstand naar Heemskerk 3,9 km en de afstand naar Beverwijk 3,2 km.
Dit klopt met de getallen op de paddenstoel.
De paddenstoel staat in de graaf op punt *B*.

16 Vanaf punt *E* is het naar Beverwijk volgens de paddenstoel 5,5 km.
Vanaf punt *E* is het naar Beverwijk volgens de graaf (afstand *EB* + 0,5 + 1,6 + 1,1) = (afstand *EB* + 3,2) km.
Afstand *EB* is dan 5,5 – 3,2 = 2,3 km.
Vanaf punt *E* naar Kruisberg is het dan 2,3 + 2,1 = 4,4 km.
andere manier
Gebruik Heemskerk in plaats van Beverwijk.
Vanaf punt *E* is het naar Heemskerk volgens de paddenstoel 6,2 km.
Vanaf punt *E* is het naar Heemskerk volgens de graaf (afstand *EB* + 0,5 + 1,6 + 1,8) = (afstand *EB* + 3,9) km.
Afstand *EB* is dan 6,2 – 3,9 = 2,3 km.
Vanaf punt *E* naar Kruisberg is het dan 2,3 + 2,1 = 4,4 km.

© ThiemeMeulenhoff

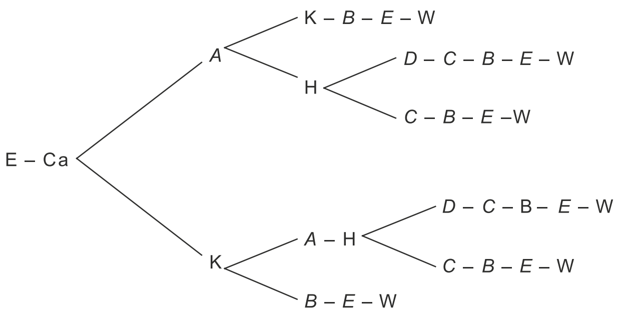
17 *Bereken de tijd die Janneke over de afstand doet.*
De afstand die Janneke moet fietsen is 11,8 km. Ze fietst met een gemiddelde snelheid van 16 km/uur.

Over de afstand van 11,8 km doet ze dan $\frac{11,8}{16} = 0,7375$ uur.

Dat is in minuten $0,7375 \times 60 = 44,25$ minuten.
Janneke heeft 11.00 – 10.15 = 45 minuten om naar haar vriendin te fietsen.
44,25 minuten is minder dan 45 minuten, dus Janneke is op tijd bij haar vriendin.
andere manier
Bereken de afstand die Janneke kan afleggen.
Janneke heeft 11.00 – 10.15 = 45 minuten om naar haar vriendin te fietsen.
Ze fietst met een gemiddelde snelheid van 16 km/uur. Dat is dus 16 km in 60 minuten.
In 45 minuten fietst Janneke dan $\frac{45}{60} \times 16 = 12$ km.

De afstand naar haar vriendin is 11,8 km.
12 km is meer dan 11,8 km, dus Janneke is op tijd bij haar vriendin.

18



(E = Egmond, Ca = Castricum, K = Kruisberg, H = Heemskerk, W = Wijk aan Zee)
A, *B*, *C*, *D* en *E* zijn de paddenstoelen)

Dat geeft de volgende 6 verschillende routes:
Egmond – Castricum – Kruisberg – *B* – *E* – Wijk aan Zee
Egmond – Castricum – Kruisberg – *A* – Heemskerk – *C* – *B* – *E* – Wijk aan Zee
Egmond – Castricum – Kruisberg – *A* – Heemskerk – *D* – *C* – *B* – *E* – Wijk aan Zee
Egmond – Castricum – *A* – Heemskerk – *C* – *B* – *E* – Wijk aan Zee
Egmond – Castricum – *A* – Heemskerk – *D* – *C* – *B* – *E* – Wijk aan Zee
Egmond – Castricum – *A* – Kruisberg – *B* – *E* – Wijk aan Zee

19 *Bereken eerst de afstand van de rondweg die ze afleggen.*
De totale afstand van punt *D* naar punt *D* volgens de aangegeven route is 1,6 + 0,5 + 2,1 + 5 + 2,8 + 2 + 1,8 = 15,8 km.
Janneke en Paul fietsen even snel, maar leggen de route tegengesteld af. Ze komen elkaar dan precies halverwege tegen.

Janneke en Paul ontmoeten elkaar dan na $\frac{15,8}{2} = 7,9$ km.

De route van Janneke naar Castricum via punt *B* is 1,6 + 0,5 + 2,1 + 5 = 9,2 km.
Zij ontmoet Paul dus 9,2 – 7,9 = 1,3 km voor Castricum.
De route van Paul naar Castricum via punt *A* is 1,8 + 2 + 2,8 = 6,6 km.
Hij ontmoet Janneke dus 7,9 – 6,6 = 1,3 km na Castricum.

© ThiemeMeulenhoff

Sportende jongeren

20 *Kijk welke staven van 12-14-jarigen korter zijn dan die van 15-19-jarigen.*
Dit is het geval bij de sporten fitness, trimmen/joggen, vechtsport, squash en gewichtheffen.

21 Je moet eerst het totale aantal jongeren van 15-19-jarigen weten.

		: 26	× 100
aantal	240 754	9259,76…	925 977
procenten	26%	1%	100%
		: 26	× 100

Het aantal jongeren van 15-19 jaar is 925 977.

Van deze jongeren damt 5%.

Dit zijn $\frac{5}{100} \times 925\,977 = 46\,299$ jongeren.
Natuurlijk kun je ook gelijk uitrekenen $\frac{240\,754}{26} \times 5 = 46\,299$ *jongeren.*

22 Uit het staafdiagram kun je aflezen hoeveel jongeren er ongeveer in de twee leeftijdsgroepen zijn.
De hoogte van de staven is niet nauwkeurig af te lezen. Omdat in de bewering van Julian 'ongeveer' staat kun je met geschatte aantallen werken.
Het aantal jongeren van 12-14 jaar ≈ 3 × 180 000 = 540 000.
Het aantal jongeren van 15-19 jaar ≈ 5 × 185 000 = 925 000.
Het aantal jongeren hiervan dat aan paardensport doet is dan:

	aantal	% paardensport	aantal paardensport
12-14 jaar	540 000	13%	0,13 × 540 000 = 70 200
15-19 jaar	925 000	8%	0,08 × 925 000 = 74 000

Het aantal jongeren van 15-19 jaar dat aan paardensport doet is veel groter dan bij 12- tot 14-jarigen. Julian heeft dus niet gelijk.

Toetsresultaten

23 Uit de boxplot volgt dat 25% van de leerlingen in klas 4A een puntentotaal heeft lager dan 60 punten.
Omdat je bij 55 punten een voldoende hebt, is het percentage voldoendes minstens 75%.

24 De precieze ligging van de punten zijn uit de boxplot niet af te lezen. Je moet dus wat aannemen voor de ligging.
Neem eens aan dat alle getallen bij de boxplot van klas 4A steeds aan de linkerkant van de boxen liggen. Neem ook aan dat alle getallen bij de boxplot van klas 4B steeds rechts liggen.

Elke box bevat 25% van de getallen; je kunt daarom delen door 4.

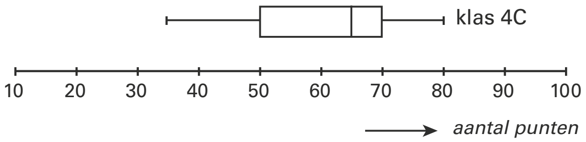
Het gemiddelde van klas 4A is hoger dan (of gelijk aan) $\frac{40 + 60 + 80 + 90}{4} = 67,5$.

Het gemiddelde van klas 4B is lager dan (of gelijk aan) $\frac{40 + 60 + 80 + 90}{4} = 67,5$.

Dus het gemiddelde van klas 4A is altijd hoger dan (of net gelijk aan) dat van klas 4B.
Ik ben het met Jarch eens.

© ThiemeMeulenhoff

25 *Er zitten 32 leerlingen in klas 4C. Dit aantal is even. De getallen staan al op volgorde.*
De getallen voor de boxplot zijn dan het 1^e getal, het gemiddelde van het 8^e getal (46) en het 9^e getal (54)(25%), het gemiddelde van het 16^e getal (65) en het 17^e getal (65)(50%), het gemiddelde van het 24^e getal (69) en het 25^e getal (71)(75%) en het 32^e getal.
Deze getallen zijn 35, 50, 65, 70 en 80.
Teken met deze getallen de boxplot.

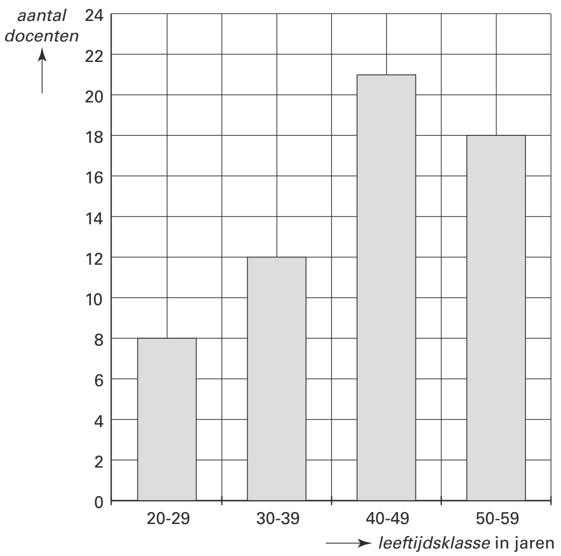


Leeftijdsopbouw

26 *Neem de aantallen van de twee kolommen* ***man*** *en* ***vrouw*** *samen. Controleer het totaal aantal getallen in de ingevulde tabel. Dit aantal moet 59 zijn.*

leeftijdsklassen	aantal docenten
20-29	8
30-39	12
40-49	21
50-59	18

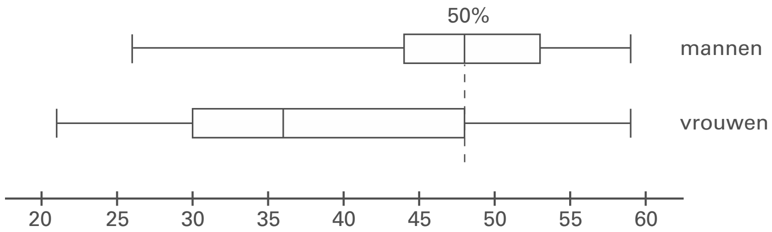
27 *Vergeet niet om op de horizontale as de klassenindeling onder de kolommen te zetten.*



28 *Op 1 januari 2002 heeft iemand die geboren is na 1 januari 1968 een leeftijd die lager is dan 34 jaar (iemand die bijvoorbeeld geboren is op 2 januari 1968 wordt 34 jaar op 2 januari 2002).*
Het totale aantal vrouwelijke docenten is 30.
Het aantal vrouwelijke docenten dat jonger is dan 34 jaar is
3 + 1 + 3 + 1 + 2 + 1 = 11.

In procenten is dat $\frac{11}{30} \times 100\% = 36{,}7\%$

29



Deze rechtergrens hoort bij de 75%/25% verdeling. Van de vrouwelijke docenten is dus 25% ouder dan de jongste helft van de mannelijke docenten.
De 50% grens (is de mediaan en is de verdeling in jongste helft en oudste helft) voor mannen ligt bij het middelste streepje in de box. Dit streepje ligt precies boven de rechtergrens (is het 3e kwartiel) van de box van de vrouwen.

Smiky chips

30 Het totale gewicht van de chips in de 20 zakjes is 604,2 gram.
Het aantal zakjes is 20.
Het gemiddelde gewicht van de chips in de zakjes is $\frac{604{,}2}{20} = 30{,}21$ gram.
Afgerond in één 1 decimaal is dat 30,2 gram.

31

getallen	tienden
28	2 3 7 8
29	5 9 9
30	0 1 2 3 6 8 9
31	0 0 1 3 4
32	2

32 De modus is het getal (of zijn de getallen) dat de meeste keren voorkomt.
De controleur geeft als modus door de twee getallen 29,9 en 31,0 gram.

33 De mediaan is het middelste getal, nadat de getallen op volgorde zijn gezet. Bij een even aantal getallen is de mediaan het gemiddelde van de twee middelste getallen.
De controleur geeft als mediaan door het getal $\frac{30{,}2 + 30{,}3}{2} = 30{,}25$.

34 Bij de eerste controle waren er twee zakjes die minder dan 28,5 gram wogen. Dat waren er net niet te veel, dus toen moest de machine nog niet worden nagekeken.
Bij de andere controle blijkt uit de boxplot dat 25% van de zakjes minder dan 28,5 gram wogen. 25% van 20 zakjes zijn 5 zakjes. Dat zijn er meer dan twee, dus te veel. De machine moet worden nagekeken.

Cinema Tuschinsky

35 Om 16.00 uur op zaterdag en zondag waren er (55 + 50) = 105 bezoekers
Om 22.00 uur waren er (47 + 23 + 43 + 59 + 68 + 68 + 59) = 367 bezoekers
——————— +
Het aantal bezoekers dat naar TITANIC is geweest is 472 bezoekers

36

middagvoorstelling				avondvoorstelling					
			1						
	4	3	2	3					
		6	3						
7	7	3	4	3	7				
9	5	0	5	9	9				
			6	4	6	8	8	8	8
eenheden			tientallen	eenheden					

37
- *Middagvoorstelling*
  Er wordt winst gemaakt bij een middagvoorstelling als de opbrengst meer is dan € 350. Een kaartje kost € 6. Er wordt dus winst gemaakt als er meer dan $\frac{350}{6}$ = 58,3… bezoekers zijn, dus bij 59 of meer bezoekers.
  Dat is het geval bij 1 middagvoorstelling (zondag om 14.00 uur).
- *Avondvoorstelling*
  Er wordt winst gemaakt bij een avondvoorstelling als de opbrengst meer is dan € 350. Een kaartje kost € 7. Er wordt dus winst gemaakt als er meer bezoekers zijn dan $\frac{350}{7}$ = 50 bezoekers, dus bij 51 of meer bezoekers.
  Dat is het geval bij 8 avondvoorstellingen.
- *Conclusie*
  In totaal is er die week in zaal 1 winst gemaakt bij 9 voorstellingen.
  Je kunt ook van elke voorstelling apart de opbrengst uitrekenen en kijken of dat meer is € 350.

38
- *september*
  De linkerlijn van de box in de boxplot staat boven 35 bezoekers. Dat wil zeggen dat in de maand september 25% van de voorstellingen door minder dan 35 bezoekers bezocht werden. Er waren 88 voorstellingen. 25% van 88 is 22.
- *oktober*
  Voor oktober moet je in de lijst het aantal voorstellingen tellen met minder dan 35 bezoekers. Dat zijn er 24.
- *Conclusie*
  24 is meer dan 22. Dus in oktober waren de meeste voorstellingen met minder dan 35 bezoekers.

© ThiemeMeulenhoff

Oefenen met hele examens, met hints om je op weg te helpen en uitleg bij de goede antwoorden.

Deel 2a Examens met uitwerkingen

Examen 2017-II

Voor het formule-overzicht zie bijlage achterin.

Parkeervergunningen

In veel grote steden in Nederland moeten bewoners betalen om de auto te mogen parkeren in hun wijk. Ze kunnen daarvoor een parkeervergunning kopen. In de tabel staan de kosten van parkeervergunningen per huisadres in Den Haag.

parkeervergunning per huisadres	kosten per jaar
eerste auto	€ 36
tweede en volgende auto('s)	€ 420

3p **1** Mark en Anita hebben op hun huisadres een parkeervergunning voor twee auto's.
→ Bereken hoeveel euro ze hiervoor in totaal per week moeten betalen.
Rond je antwoord af op hele centen.

3p **2** Opvallend in de tabel is het grote verschil tussen de kosten per jaar van de eerste auto en die van de tweede auto.
→ Bereken hoeveel procent de kosten van de tweede auto meer zijn dan die van de eerste auto.

In de straat van Mark en Anita mag je ook parkeren zonder parkeervergunning. Je moet dan betalen bij een parkeerautomaat. De parkeerkosten staan in onderstaande tabel. Op de niet genoemde tijden is parkeren gratis.

dag	tijd	kosten per uur (euro)
maandag t/m vrijdag	8.00 - 18.00	1,10
zaterdag	9.00 - 16.00	1,10

2p **3** Bereken hoeveel euro de kosten zijn als een auto een hele week geparkeerd staat bij deze parkeerautomaat.

Anita is overdag vaak thuis. Zij heeft uitgerekend dat zij voor haar auto in elk geval een parkeervergunning nodig heeft.

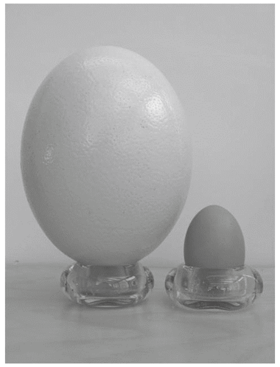
3p **4** Mark gebruikt zijn auto alleen voor zijn werk. Hij gaat in een jaar gedurende 46 weken elke maandag tot en met vrijdag met zijn auto naar zijn werk.
Hij vertrekt elke dag om half 8 en hij komt pas om 7 uur 's avonds weer thuis. Op de zaterdagen kan hij zijn auto bij een parkeerautomaat zetten. De overige weken van het jaar gaan Mark en Anita met de auto van Mark op vakantie.
→ Is het kopen van de parkeervergunning voor de tweede auto wel voordeliger dan betalen bij de parkeerautomaat?

Struisvogel

De struisvogel is de grootste en zwaarste vogel ter wereld.

3p **5** Op de afbeelding zie je een struisvogel en een man die de struisvogel bij de nek vasthoudt.
→ Schat de hoogte van de struisvogel. Laat zien hoe je aan je antwoord gekomen bent.

3p **6** Struisvogeleieren zijn de grootste eieren ter wereld. Deze eieren zijn 15 cm hoog. Neem aan dat een kippenei dezelfde vorm heeft als een struisvogelei en dat ook de inhoud dezelfde samenstelling heeft. Een kippenei is 5 cm hoog met een gewicht van 65 gram.

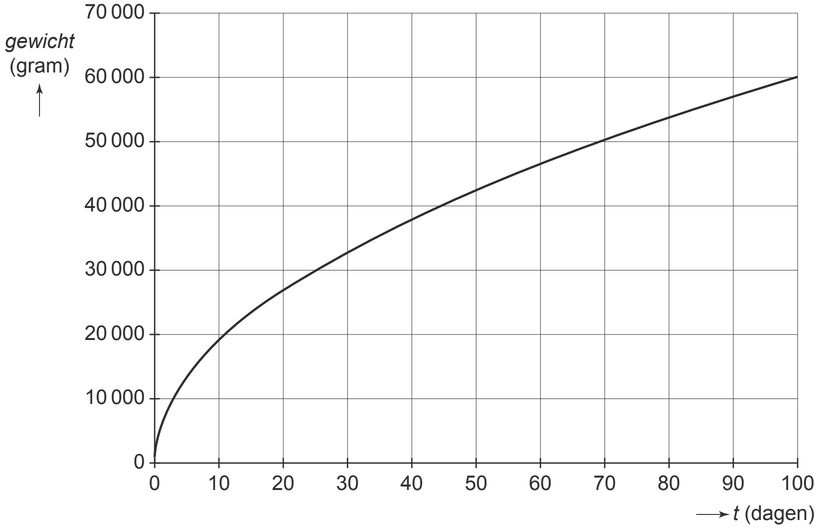


→ Bereken hoeveel gram het gewicht is van een struisvogelei.

Vanaf het moment dat een struisvogel uit het ei komt, kun je het gewicht in het eerste jaar berekenen met de formule

$$gewicht = 950 \times \sqrt{(40 \times t + 1)}$$

Hierin is *gewicht* in gram en *t* het aantal dagen na het uitkomen van het ei. Hieronder zie je de bijbehorende grafiek.



2p **7** Bereken hoeveel gram een struisvogel weegt als deze uit het ei komt.

4p **8** Bereken na hoeveel hele dagen een struisvogel volgens de formule voor het eerst meer weegt dan 40 kg.

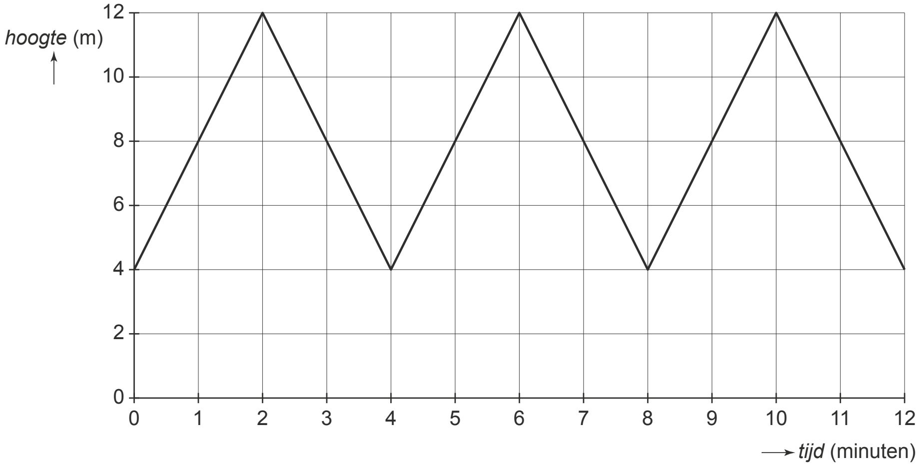
3p **9** De struisvogel is ook één van de snelste dieren ter wereld. De topsnelheid van een struisvogel is 70 km per uur. Een ander snel dier, het jachtluipaard, loopt op topsnelheid 100 meter in 3,43 seconden.
→ Bereken welk dier de hoogste topsnelheid heeft.

Klimpiet

Een groot Nederlands warenhuis heeft in de Sinterklaastijd klimpieten, die de hele dag langs een touw naar boven klimmen en naar beneden gaan.
Deze klimpieten zijn poppen die automatisch omhoog en omlaag bewegen.

Een klimpiet gaat in 4 minuten van beneden naar boven en weer naar beneden.

De grafiek geeft voor een klimpiet het verband weer tussen de *hoogte* in m vanaf de grond en de *tijd* in minuten voor de eerste 12 minuten.



2p **10** Hoeveel meter is de amplitude die bij deze grafiek hoort? Leg uit hoe je aan je antwoord bent gekomen.

2p **11** Hoe hoog is de klimpiet na 19 minuten? Leg uit hoe je aan je antwoord bent gekomen.

4p **12** Als het warenhuis opengaat, begint de klimpiet te bewegen van beneden naar boven. De klimpiet beweegt de hele dag, tot sluitingstijd. Het warenhuis is open van 9.00 tot 20.00 uur.
→ Bereken hoe vaak de klimpiet op een dag bovenaan komt. Schrijf je berekening op.

4p **13** Een andere klimpiet doet er $2\frac{1}{2}$ minuut over om van beneden naar boven en weer naar beneden te gaan. Deze klimpiet beweegt ook even snel omhoog als omlaag. Voor deze klimpiet is de afstand van beneden naar boven 6 meter. Deze klimpiet begint ook op een hoogte van 4 meter.
→ Teken in de figuur boven vraag 10 de grafiek van deze klimpiet voor de eerste 10 minuten erbij.

3p **14** De twee klimpieten beginnen tegelijk met klimmen. De ene klimpiet is na 4 minuten weer beneden, de andere na $2\frac{1}{2}$ minuut.
→ Na hoeveel minuten zijn ze allebei voor het eerst weer tegelijk beneden? Leg uit hoe je aan je antwoord bent gekomen.

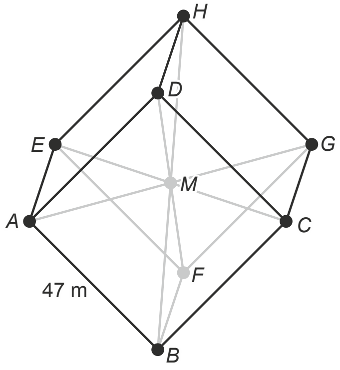
Atomium

Je ziet een foto van het Atomium, een bouwwerk in Brussel, België.
Het Atomium bestaat uit 9 bollen met elk een diameter van 18 meter.

3p **15** Bereken hoeveel m^3 de inhoud van één zo'n bol is.

Het Atomium lijkt op een draadmodel van een kubus die op één van zijn hoekpunten staat.

Op elk hoekpunt bevindt zich één bol. In het midden van het draadmodel bevindt zich ook nog één bol.
De bollen zijn met elkaar verbonden door buizen met daarin roltrappen.



1p **16** Hoeveel buizen heeft het Atomium in totaal?

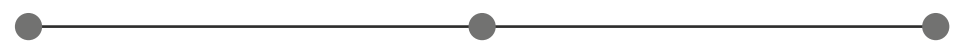
5p **17** De afstand tussen *A* en *B* is 47 meter.
De lengte van *A* naar *M* is de helft van de lengte van de lichaamsdiagonaal *AG* in de kubus.
→ Bereken hoeveel meter de lengte van *AM* is.

3p **18** Je ziet een luchtfoto van het Atomium.

Deze foto is net niet recht boven het Atomium genomen, waardoor het geen bovenaanzicht is. Op het bovenaanzicht liggen de bollen namelijk even ver van elkaar af.

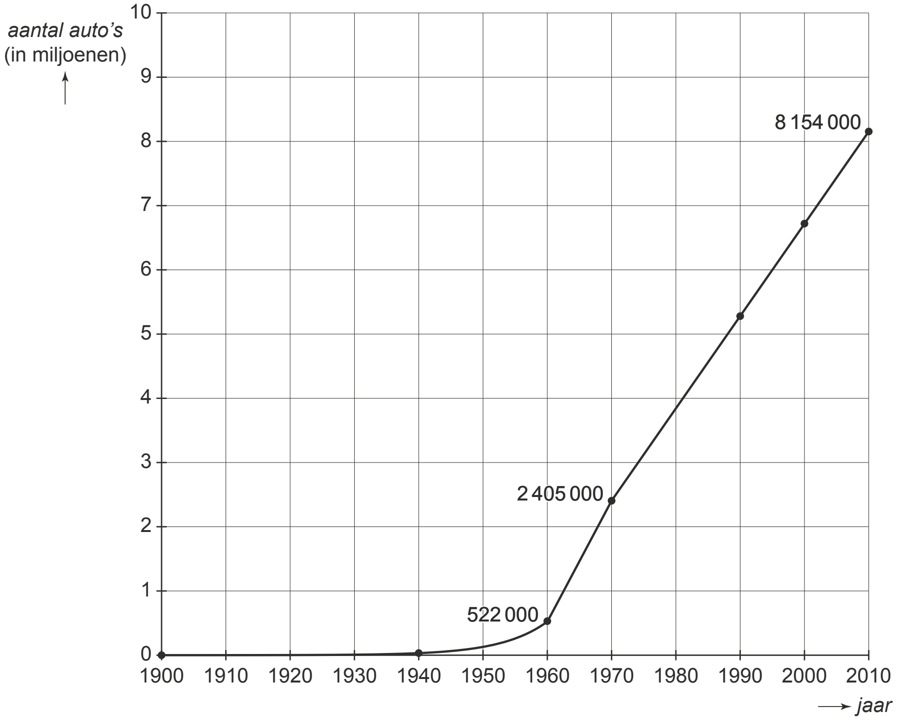
Hieronder is een begin gemaakt met het tekenen van het bovenaanzicht. Het midden van een bol wordt getekend als een punt en de buis als een lijnstuk.

→ Teken het bovenaanzicht verder af.



Aantal auto's

Je ziet een grafiek met informatie over het aantal auto's in Nederland vanaf het jaar 1900. Je kunt bijvoorbeeld in de grafiek aflezen dat er in 1960 in Nederland 522 000 auto's waren.



3p **19** Voor de jaren 1900 tot ongeveer 1940 kun je het aantal auto's niet aflezen in de grafiek. Neem aan dat vanaf 1900 tot en met 1960 het aantal auto's met 15% per jaar steeg.

→ Bereken hiermee het aantal auto's in 1900.

4p **20** Neem aan dat de stijging tussen 1960 en 1970 lineair was.

→ Hoeveel auto's zouden er in 2010 zijn als deze stijging zo was doorgegaan?

4p **21** Zoals je in de grafiek kunt zien, was er ook tussen 1970 en 2010 een lineaire stijging. Deze was minder steil dan tussen 1960 en 1970.

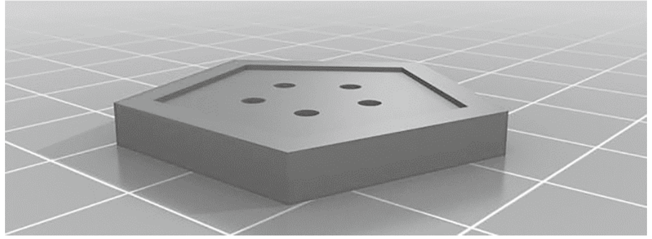
→ Geef een formule die hoort bij het deel van de grafiek vanaf 1970 tot en met 2010. Neem voor het aantal auto's de letter A en voor het aantal jaren na 1970 de letter t. Laat zien hoe je aan je antwoord bent gekomen.

4p **22** Vanaf 2010 stijgt het aantal auto's met 1% per jaar. Neem aan dat dit in de komende jaren zo blijft. In 2025 wil de overheid dat er 1 miljoen auto's elektrisch rijden. Neem aan dat dit gaat lukken.

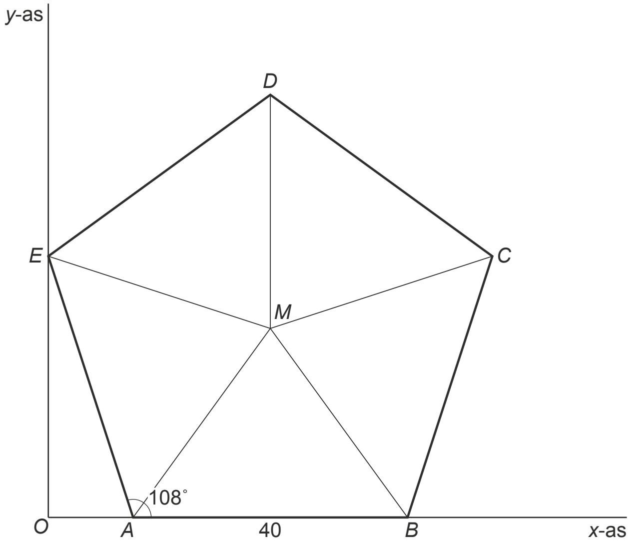
→ Bereken hoeveel procent van het totaal aantal auto's in 2025 dan elektrisch zal rijden.

Knoop

Mike heeft een kunstvoorwerp ontworpen in de vorm van een regelmatige vijfhoekige knoop. Dit voorwerp wil hij met een 3D printer printen. Om dit voor elkaar te krijgen, moet hij de coördinaten van de hoekpunten weten.



Mike heeft een schets gemaakt van het bovenaanzicht in een assenstelsel. Elke zijde van de regelmatige vijfhoek is 40 cm lang.



3p **23** Laat met een berekening zien dat hoek A 108° is.

4p **24** Punt A heeft coördinaten $(x, 0)$.
→ Laat zonder te meten met een berekening zien dat de x-coördinaat van punt A, afgerond op één decimaal, gelijk is aan 12,4.

4p **25** Bereken zonder te meten de coördinaten van punt M. Rond je antwoorden af op één decimaal.

Hints bij examen 2017-II

1 De kosten zijn per auto en per jaar gegeven.

2 Gebruik de formule: $\frac{\text{verschil in kosten}}{\text{kosten eerste auto}}$

3 Bereken eerst de parkeertijd in uren voor een hele week.

4 Bereken eerst de parkeertijd voor de auto van Mark in een jaar.

5 Gebruik de lengte van de man. Hoeveel keer hoger is de struisvogel?

6 Hoeveel keer neemt het volume toe als de hoogte 3 keer hoger is?

7 t begint te tellen op het moment dat de struisvogel uit het ei komt.

8 40 kg = 40 000 gram. In de grafiek kun je zien dat het aantal dagen groter is dan 41.

9 Berekenen hoeveel tijd een struisvogel nodig heeft voor 100 m.

10 De amplitude is de helft van het verschil tussen maximum en minimum.

11 Tel een aantal keren 4 minuten terug vanaf 19 minuten.

12 Bereken hoeveel keer 4 minuten past in de openingstijd.

13 Deze klimpiet is dus na 1,25 seconden boven op een hoogte van 4 + 6 = 10 m.
Hij begint en eindigt op 4 m.

14 Schrijf van elke klimpiet een rijtje tijden op wanneer ze beneden zijn.

15 Gebruik de formule voor de inhoud van een bol op het formuleoverzicht.

16 Tel in het draadmodel. Vink een buis die je hebt gehad af.

17 Trek BG. Bereken nu eerst de lengte van BG en daarna de lengte van AG.

18 Gebruik het gegeven dat er 6 bollen zijn die regelmatig om de middelste bol liggen.

19 15% stijgen betekent vermenigvuldigen met 1,15.
15% dalen betekent delen door 1,15.

20 Bereken eerst de toename van 1960 tot 1970, dus over een periode van 10 jaar.

21 Gebruik de formule A = gemiddelde stijging × t + beginwaarde.

22 Bereken eerst het totale aantal auto's in 2015. De groeifactor is 1,01.

23 Elke hoek bij M is 360° : 5.

24 $EA = AB = 40$. Gebruik een cosinus.

25 Trek MF loodrecht op AB. Bereken met een tangens de y-coördinaat.

© ThiemeMeulenhoff

Uitwerkingen bij examen 2017-II

Parkeervergunningen

3p **1** Per jaar betalen ze voor hun twee auto's samen € 36 + € 420 = € 456. [1p]

Dat is per week: $\frac{€\,456}{52}$ [1p] = € 8,769…; afgerond op hele centen is dat € 8,77. [1p]

3p **2** Voor de tweede auto zijn de kosten € 420 – € 36 = € 384 [1p] meer.

In procenten is dat $\frac{384}{36}$ × 100% [1p] = 1066,666…%; afgerond ongeveer 1067%. [1p]

De antwoorden 1066,7 of 1066,67 of nauwkeuriger zijn ook goed.

2p **3** Op een werkdag is de parkeertijd 10 uur.
Op een zaterdag is de parkeertijd 7 uur.
In een hele week is de parkeertijd 5 × 10 + 7 = 57 uur. [1p]
De kosten zijn dan 57 × € 1,10 = € 62,70. [1p]

3p **4** *Op maandag tot en met vrijdag hoeft Mark niet te betalen.*
De auto van Mark is de tweede auto.
Mark moet alleen voor de zaterdagen voor 46 weken [1p] parkeergeld betalen.
Dat zijn 46 × 7 = 322 uren. Dat kost 322 × € 1,10 = € 354,20. [1p]
Dat is goedkoper dan € 420.
Het is dus niet voordeliger om een parkeervergunning te kopen. [1p]

Struisvogel

3p **5** Een volwassen man heeft een lengte van ongeveer 1,80 m. [1p]
Meet de hoogte van de struisvogel en de man op het plaatje.
Je vindt: hoogte struisvogel is ongeveer 8,3 cm [1p] en hoogte man is ongeveer 6,2 cm.

De struisvogel is dan $\frac{8{,}3}{6{,}2}$ = 1,338… keer hoger dan de man.

Dat is dus 1,338… × 1,80 = 2,41 m. [1p]
Bij het opmeten mag je 4 mm afwijken en je mag ook een andere redelijke schatting van de lengte van de man gebruiken.

3p **6** Het struisvogelei is 3 keer [1p] hoger dan het kippenei.
Het volume is dan 3^3 [1p] keer meer. Omdat vorm en inhoud van het struisvogelei gelijk is aan dat van het kippenei is ook het gewicht 3^3 keer groter. Het gewicht van het struisvogelei is 27 × 65 = 1755 gram. [1p]

2p **7** Vul $t = 0$ [1p] in de formule in:
gewicht = $950 \times \sqrt{(40 \times 0) + 1} = 950 \times \sqrt{0 + 1}$ = 950 gram. [1p]

4p **8** *Begin met t = 42.*
40 kg = 40 000 gram. [1p]

t	gewicht (in gram)	gewicht groter dan 40 000 gram?
42	$950 \times \sqrt{(40 \times 42) + 1} = 38\,950$	nee, neem *t* groter
43	$950 \times \sqrt{(40 \times 43) + 1} = 39\,410{,}...$	nee, neem *t* groter
44	$950 \times \sqrt{(40 \times 44) + 1} = 39\,866{,}...$ [1p]	nee, neem *t* groter
45	$950 \times \sqrt{(40 \times 45) + 1} = 40\,316{,}...$ [1p]	ja

Dus de struisvogel weegt na 45 [1p] dagen voor het eerst meer dan 40 kg.

 © ThiemeMeulenhoff

3p **9** *1e manier (tijd nodig voor 100 m)*
Een struisvogel loopt 70 km in 1 uur. Dus 70 000 m in 3600 seconden. [1p]

Deel nu door 700. Dat geeft 100 m in $\frac{3600}{700}$ = 5,14… seconden. [1p]

De struisvogel heeft dus meer tijd nodig voor 100 m dan het jachtluipaard.
Het jachtluipaard heeft dus de hoogste topsnelheid. [1p]

2e manier (snelheid in km/u berekenen)
Het jachtluipaard loopt 100 m in 3,43 seconden.

In 1 seconden loopt een jachtluipaard dan $\frac{100}{3{,}43}$ meter. [1p]

In 1 uur (= 3600 s) loopt een jachtluipaard dan $\frac{100}{3{,}43}$ × 3600 = 104,956… meter. [1p]

Dus ongeveer 105 km/u. Dat is sneller dan 70 km/u.
Het jachtluipaard heeft dus de hoogste topsnelheid. [1p]

Klimpiet

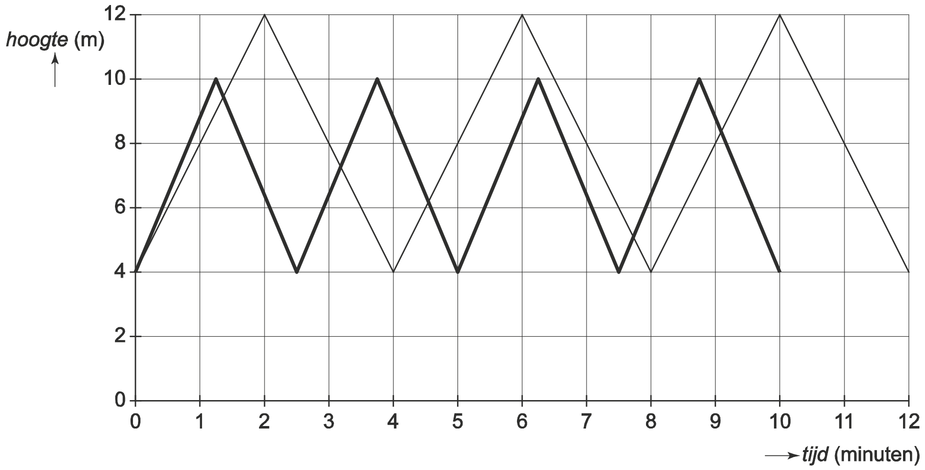
2p **10** (12 – 8) [1p] : 2 = 4 m. [1p]

2p **11** De hoogte van de klimpiet is hetzelfde na 19, 15, 11, 7 en 3 minuten. [1p]
De hoogte bij deze tijden is 8 meter. [1p]

4p **12** Van 9.00 uur tot 20.00 uur is 11 uur. [1p] Dat zijn 11 × 60 = 660 minuten. [1p]
Een klimperiode duurt 4 minuten.

De klimpiet is dan op één dag $\frac{660}{4}$ = 165 keer boven. [2p]

4p **13** *Punten in de grafiek voor deze klimpiet zijn (0; 4)* [1p]*, (1,25; 10)* [1p] *en (2,5; 4)* [1p]*. In 10 minuten wordt het patroon (10 : 2,5) = 4* [1p] *keer herhaald. Teken hiermee de grafiek.*



3p **14** De eerste klimpiet is beneden na 4; 8; 12; 16; **20**; 22; … minuten. [1p]
De tweede klimpiet is beneden na 2,5; 5; 7,5; 10; 12,5; 15; 17,5; **20**; 22,5; … minuten. [1p]
Ze zijn dus voor het eerst weer tegelijk beneden na 20 minuten. [1p]

© ThiemeMeulenhoff

Atomium

3p **15** *inhoud* = $\frac{4}{3} \times \pi \times$ *straal*^{3}.

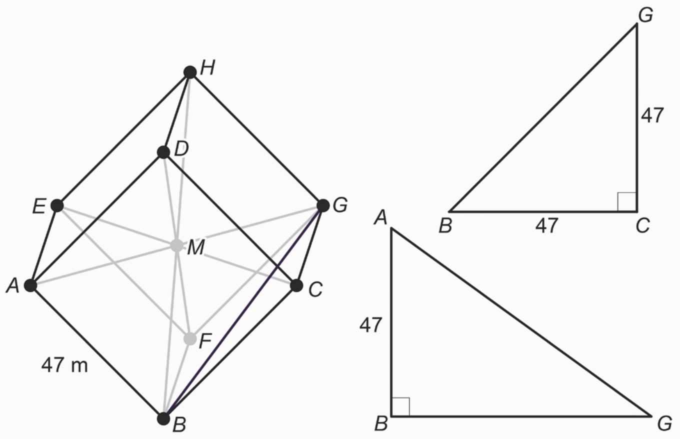
De straal van een bol is 9 m. [1p]

inhoud = $\frac{4}{3} \times \pi \times 9^3$ = 3053,628… m^3 [1p]; afgerond ongeveer 3054 m^3. [1p]

De antwoorden 3053,6 of 3053,63 of nauwkeuriger zijn ook goed.

1p **16** 20 buizen. [1p]

5p **17** *Trek BG.*

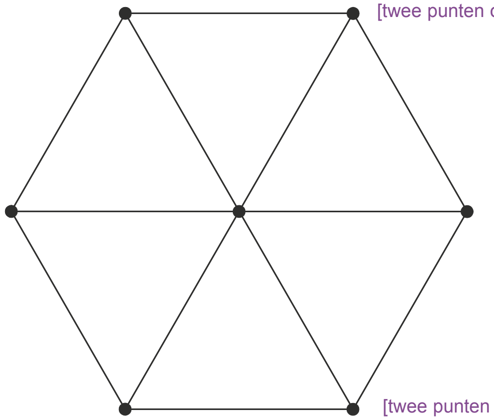


In de rechthoekige driehoek *BCG* is *BC* = *CG* = 47.
Volgens de stelling van Pythagoras in deze driehoek geldt: $BG^2 = BC^2 + CG^2$.
Invullen geeft: $BG^2 = 47^2 + 47^2$ [1p] = 4418 [1p].
In de rechthoekige driehoek *ABG* geldt: $AG^2 = AB^2 + BG^2$.
Invullen geeft: $AG^2 = 47^2 + 4418 = 6627$, dus $AG = \sqrt{6627}$ [1p] = 81,406… [1p]

$AM = \frac{1}{2} \times AG$, dus *AM* = 40,703… m; afgerond 41 m. [1p]

De antwoorden 40,7 of 40,70 of 40,703 of nauwkeuriger zijn ook goed.

3p **18** *Het bovenaanzicht is een regelmatige zeshoek. De zijden zijn even lang en de figuur is opgebouwd uit 6 gelijkzijdige driehoeken. Begin met het tekenen van 2 hoeken van 60°. Maak de zijden even lang als de al getekende zijden.*



[twee punten op de juiste plek aan de bovenkant, 1p]

[alle lijnstukken tekenen, 1p]

[twee punten op de juiste plek aan de onderkant, 1p]

© ThiemeMeulenhoff

Aantal auto's

3p **19** *Je gaat 60 jaar terug, dus je deelt door $(1{,}15)^{60}$.* [1p]

Het aantal auto's in 1900 = $\frac{\text{aantal auto's in 1960}}{1{,}15^{60}} = \frac{522\,000}{1{,}15^{60}}$ = 119,06. [1p]

Afgerond zijn dat 119 auto's. [1p]

4p **20** Van 1960 tot 1970 is de toename in 10 jaar 2 405 000 – 522 000 = 1 188 300. [1p]
Van 1970 tot 2010 is 40 jaar. Dat is 4 × 10 jaar. [1p] Er zouden dan 4 × 1 188 300 = 7 532 000 auto's bijkomen.
Het verwachte aantal auto's in 2010 zou dan 2 405 000 – 7 532 000 [1p] = 9 937 000 [1p] zijn geweest.
Een ander juist antwoord is 5 × 1 188 300 + 522 000 = 9 937 000.

4p **21** De beginwaarde is het aantal auto's in 1970. Dit zijn 2 405 000 auto's. [1p]
Van 1970 tot 2010 is 40 jaar. De gemiddelde stijging is:

$\frac{8\,154\,000 - 2\,405\,000 \text{ [1p]}}{40} = \frac{5\,749\,000}{40}$ = 143 725. [1p]

De formule wordt dan: *A* = 143 725 × *t* + 2 405 000. [1p]

4p **22** *Van 2010 tot 2025 zijn 15 jaren. De groei is 1%. De groeifactor is dus 1,01.*
Het aantal auto's in 2015 is dan 8 154 000 × $(1{,}01)^{15}$ [1p] = 9 466 540,86… [1p]

1 miljoen auto's hiervan rijdt elektrisch. Dat is $\frac{1\,000\,000}{9\,466\,540{,}86...} \times 100\%$ [1p] = 10,5635…%.
Afgerond ongeveer 11%. [1p]
De antwoorden 10,6 of 10,56 of 10,564 of nauwkeuriger zijn ook goed.

Knoop

3p **23** In driehoek *AMB* is de som van de hoeken gelijk aan 180°.
hoek *AMB* = 360° : 5 = 72°. [1p] hoek *MAB* + hoek *ABM* = 180° – 72° = 108°. [1p]
Driehoek *AMB* is gelijkbenig dus hoek *MAB* = hoek *ABM* = 54°.
Evenzo is hoek *MAE* = 54°. Dus hoek *A* = 108°. [1p]

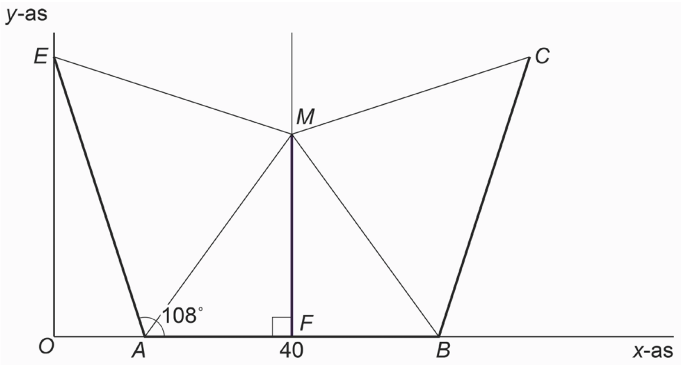
4p **24** In de rechthoekige driehoek *EOA* is *EA* = 40 en hoek *EAO* = 180° – 108° = 72°. [1p]

In driehoek *EOA* geldt: cos (hoek *EAO*) = $\frac{OA}{EA}$. [1p]

Invullen geeft: cos 72° = $\frac{x}{40}$ [1p], dus *x* = 40 × cos 72° = 12,360…; afgerond dus 12,4. [1p]

© ThiemeMeulenhoff

4p **25** Trek *MF* loodrecht op *AB*. De *x*-coördinaat van *M* is *OF*. De *y*-coördinaat van *M* is *MF*.



AF = *FB* = 20. Dus de *x*-coördinaat van *M* is 12,4 + 20 = 32,4. [1p]

In driehoek *MFA* geldt tan (hoek *MAF*) = $\frac{MF}{AF}$. [1p]

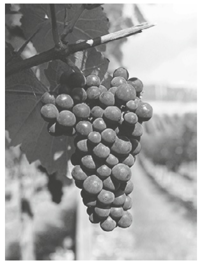
Invullen geeft: tan 54° = $\frac{MF}{20}$ [1p], dus *MF* = 20 × tan 54° = 27,52....

Afgerond op één decimaal is de *y*-coördinaat van *M* dan 27,5. [1p]

© ThiemeMeulenhoff

Examen 2018-I

Druivenoogst



Druiven hebben vaak last van schimmels. Om de schimmels te bestrijden, moeten de planten regelmatig met een biologisch bestrijdingsmiddel behandeld worden.

2p **1** Wijnboer Frans krijgt korting. Hij betaalt voor het biologisch bestrijdingsmiddel € 68,- in plaats van € 80,- per liter.
→ Hoeveel procent korting krijgt Frans? Schrijf je berekening op.

Frans kan de kosten van het aantal liter bestrijdingsmiddel berekenen met de formule

$K = 68 \times b$

Hierin is *K* de kosten in euro's en *b* het aantal liter bestrijdingsmiddel.

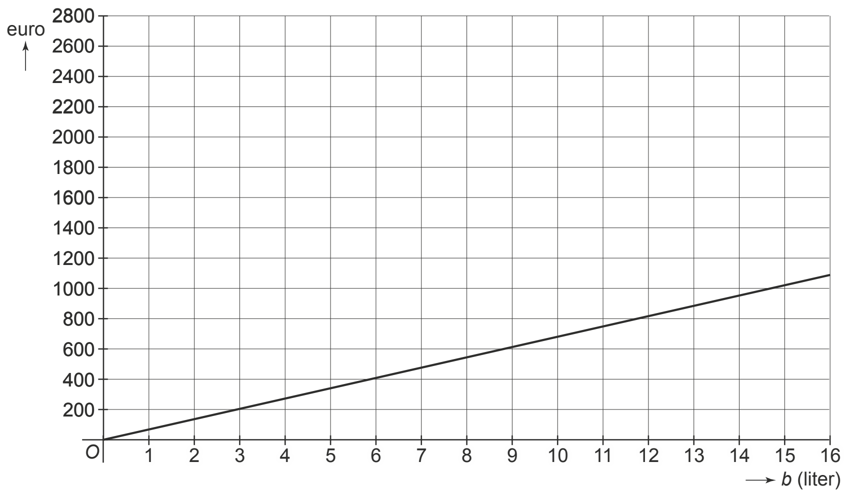
Door het gebruik van het bestrijdingsmiddel kan Frans een hogere opbrengst krijgen. De opbrengst per hectare hangt samen met het aantal liter bestrijdingsmiddel dat hij per hectare op de druiven spuit.

De opbrengst per hectare kan worden berekend met de formule

$O = 2000 + 250b - 25b^2$

Hierin is *O* de opbrengst in euro's en *b* het aantal liter bestrijdingsmiddel per hectare.

4p **2** Hieronder staat de grafiek van de kosten van het bestrijdingsmiddel getekend. Ook is een tabel gegeven.



b (liter)	0	2	4	6	8	10	12	14
O (euro)								

→ Teken in hetzelfde assenstelsel de grafiek van de opbrengst per hectare. Vul eerst de tabel in.

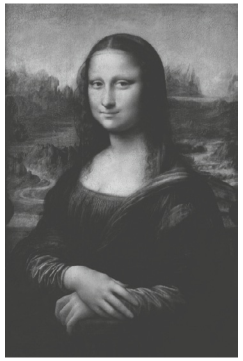
De winst die Frans maakt, kan hij berekenen door de kosten van het bestrijdingsmiddel van de opbrengst af te halen.

3p **3** Laat met een berekening zien dat Frans € 2321,- winst maakt als hij 3 liter bestrijdingsmiddel per hectare gebruikt.

3p **4** Bereken bij hoeveel liter bestrijdingsmiddel Frans de meeste winst maakt. Schrijf je berekening op en geef je antwoord in hele liters.

Mona Lisa

De Mona Lisa is één van de bekendste schilderijen ter wereld.



2p **5** De geschatte waarde van dit schilderij is 700 miljoen dollar.
1 dollar is omgerekend 0,89 euro.
→ Bereken hoeveel miljoen euro de waarde van de Mona Lisa is.

De Mona Lisa hangt in het Louvre in Parijs.
Dit museum is 6 dagen per week geopend. Sinds januari 1975 komen er gemiddeld 18 000 bezoekers per dag naar het schilderij kijken.

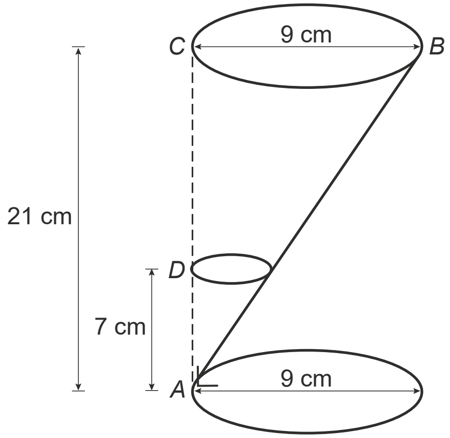
3p **6** In 1964 was het schilderij 15 weken uitgeleend aan een museum in Amerika, dat ook 6 dagen per week geopend was. Er kwamen toen in totaal 1,7 miljoen bezoekers naar de Mona Lisa in Amerika kijken.
→ Bereken of dit gemiddeld meer of minder dan het gemiddelde aantal bezoekers in Parijs was.

4p **7** Bereken hoeveel bezoekers de Mona Lisa bekeken hebben van 1 januari 1975 tot 1 januari 2015. Rond je antwoord af op hele miljoenen.

3p **8** Iris heeft een poster van de Mona Lisa aan haar muur hangen. De afmetingen van de poster zijn 100 cm bij 80 cm. De echte Mona Lisa is 77 cm bij 53 cm.
→ Bereken of de poster een vergroting is van de echte Mona Lisa.

Frietzakstandaard

Je ziet een foto en een schets van een standaard voor een frietzak.



De standaard bestaat uit drie cirkelvormige, evenwijdige ringen. De twee grote ringen hebben een diameter van 9 cm en zijn met elkaar verbonden door een schuine staaf *AB*. De punten *A*, *D* en *C* liggen op één lijn. Deze lijn staat loodrecht op het grondvlak. De hoogte van de standaard is 21 cm.

5p **9** Een fabrikant maakt de twee grote ringen en de staaf uit één stuk draad.
→ Bereken, zonder te meten, hoeveel cm de totale lengte van dat stuk draad is.

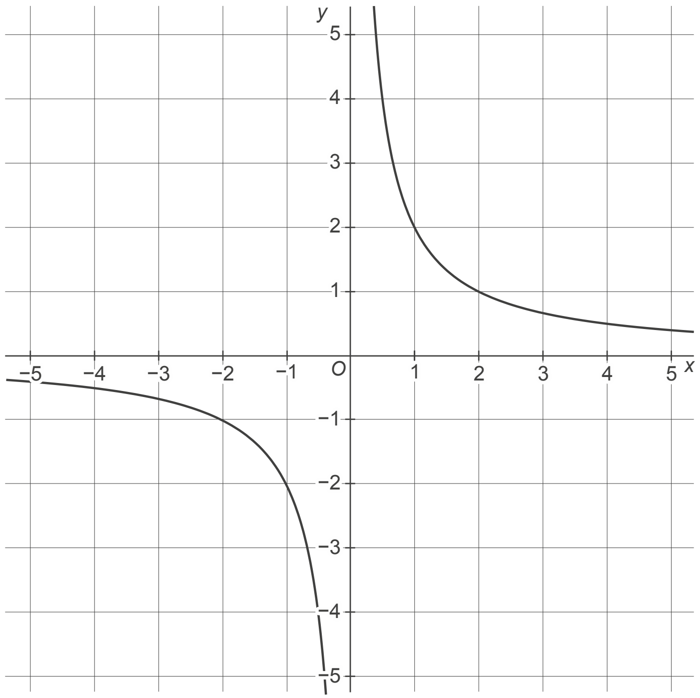
Op 7 cm boven de onderste grote ring zit de kleine ring, waarin de punt van de frietzak komt.

3p **10** Bereken, zonder te meten, de diameter van de kleine ring. Schrijf je berekening op.

4p **11** Teken het bovenaanzicht van de standaard op ware grootte.
Als je bij de vorige vraag geen antwoord gevonden hebt, gebruik dan bij deze vraag voor de diameter van de kleine ring 4 cm.

Omgekeerd evenredig verband

Hieronder zie je de grafiek getekend die hoort bij de formule $y = \frac{2}{x}$.



1p **12** Bij welke waarde van x heeft deze formule geen uitkomst?

3p **13** Een punt van de grafiek heeft als y-waarde 7.
→ Bereken de waarde van x voor dit punt. Rond je antwoord af op twee decimalen.

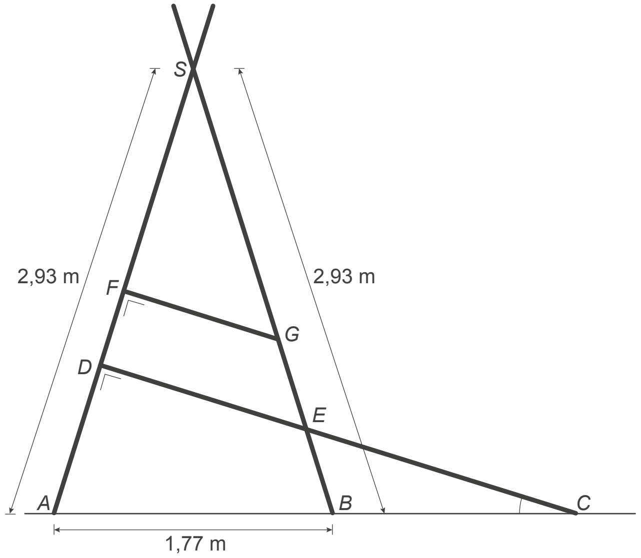
4p **14** De gegeven formule $y = \frac{2}{x}$ verandert in de nieuwe formule $y = \frac{2}{x} - 1$.
→ Teken in hetzelfde assenstelsel de grafiek die bij de nieuwe formule hoort. Vul eerst de tabel hieronder in.

x	−5	−3	−1	−0,5	0	0,5	1	3	5
y									

Tokkelbaan

Timmerman Hamer heeft een tokkelbaan gemaakt in een speeltuin.

Hieronder staat een schematische weergave van het zijaanzicht van het bouwwerk waaraan de kabel van de tokkelbaan bevestigd is.



Driehoek ABS is een gelijkbenige driehoek. Punt F is het midden van AS.
CD en FG staan loodrecht op AS.

5p **15** Laat met een berekening zien dat hoek S in driehoek ABS afgerond 35° is.

5p **16** Bereken, zonder te meten, de lengte van FG. Geef je antwoord in hele centimeters.

3p **17** Volgens de voorschriften mag de hellingshoek bij C niet groter zijn dan 20°.
→ Laat met een berekening zien dat deze hellingshoek aan de voorschriften voldoet.

Kubussen en bollen

Hierboven staan de eerste figuren uit een reeks met kubussen en bollen. Het nummer van een figuur is aangegeven met de letter *n*.

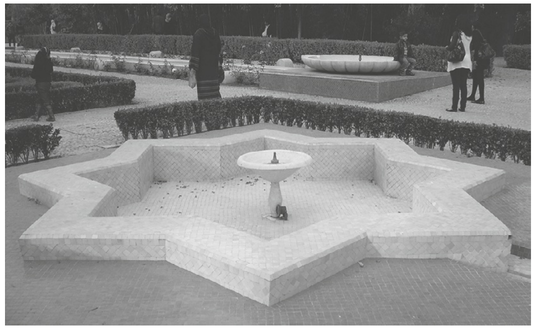
2p **18** Hoeveel bollen heeft de figuur met $n = 7$? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

3p **19** Om het aantal kubussen bij een figuurnummer te berekenen kun je een formule maken.
→ Schrijf deze formule op. Neem *k* voor het aantal kubussen en *n* voor het nummer van een figuur.

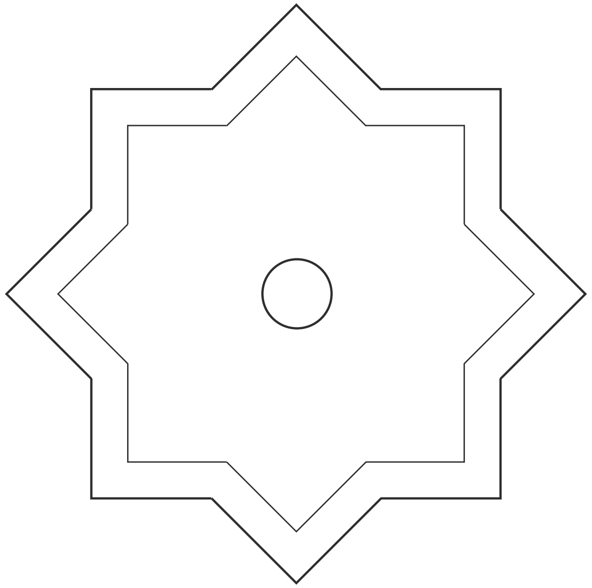
4p **20** Je hebt 50 kubussen en 110 bollen.
→ Wat is het nummer van de grootste figuur uit deze reeks die je met deze kubussen en bollen kunt maken? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

Fontein

In een park in Marokko ligt een stervormige fontein.

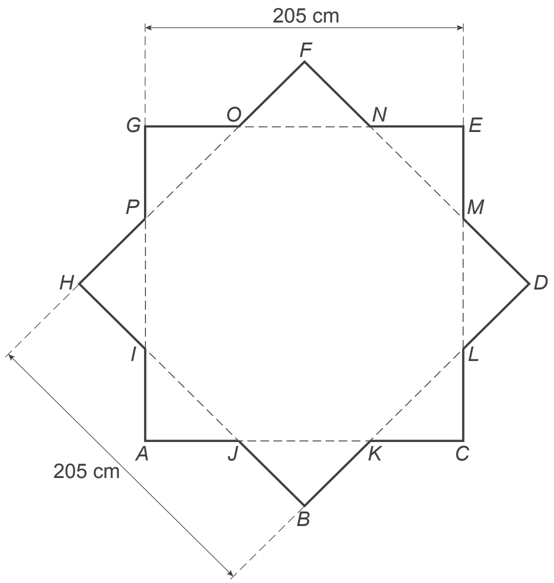


2p **21** Hieronder staat een bovenaanzicht van de fontein.



→ Teken alle symmetrieassen in dit bovenaanzicht.

De bodem van de waterbak van de fontein wordt gevormd door twee vierkanten van 205 cm bij 205 cm. Zie de tekening hieronder.
De lengte van de zijde *AJ*, *JB*, *BK*, enzovoort is 60 cm.



3p **22** Bereken, zonder te meten, hoeveel cm de lengte van *HD* is.

4p **23** Bereken hoeveel m^2 de oppervlakte van de bodem van de waterbak is.

Als je bij de vorige vraag geen antwoord gevonden hebt, gebruik dan bij de volgende vraag voor de oppervlakte van de bodem van de waterbak 4,8 m^2.

3p **24** Als de waterbak helemaal gevuld is, zit er 1500 liter water in.
→ Bereken hoeveel cm de hoogte van het water dan is. Rond je antwoord af op hele centimeters.

Hints bij examen 2018-I

1 Gebruik $\frac{\text{korting}}{\text{oorspronkelijk bedrag}} \times 100\%$

2 Vul de gegeven *b* waarden in de formule van *O* in.

3 Bereken eerst *K* en *O*. Vul $b = 3$ in.

4 Bij $b = 3$ is de winst bekend. Bereken ook de winst bij $b = 2$, $b = 4$ en $b = 5$.

5 700 miljoen keer zoveel.

6 Bereken eerst hoeveel dagen het museum open was. Bereken daarna het gemiddelde aantal bezoekers.

7 Je moet op hele miljoenen afronden. Bereken eerst hoeveel dagen het museum in Parijs open was. Gebruik 1 jaar = 52 weken of 1 jaar = 365 dagen.

8 Ga na of lengte en breedte wel of niet met dezelfde factor vergroot zijn.

9 Je moet dus de omtrek van de twee cirkels en de lengte van de draad *AB* berekenen.

10 Kijk naar de verhouding van *AD* en *AC*.

11 De bovenste cirkel valt op de onderste. Punt *D* komt op *A*.

12 Door welk getal mag je nooit delen?

13 Dan moet dus $\frac{2}{x}$ gelijk aan 7 zijn.

14 Bereken eerst een aantal *y*-waarden bij de gegeven *x*-waarden.

15 Trek een lijn door *S* loodrecht op *AB*. Bereken dan met een goniometrische verhouding eerst de halve hoek bij *S*.

16 De lengte van *FS* en de grootte van hoek *FSB* zijn bekend. Bereken nu met een goniometrische verhouding de lengte van *FG*.

17 Je weet de grootte van de hoek bij *S*. Bereken eerst de grootte van de hoek bij *A*.

18 Bekijk het verband tussen het aantal bollen en het nummer.

19 Er komen steeds 4 kubussen bij. Bij $n = 0$ zijn er 4 kubussen.

20 Wat is het grootste kwadraat onder 110?

22 Gebruik de stelling van Pythagoras in bijvoorbeeld driehoek *HBD*.

23 De oppervlakte bestaat uit de oppervlakte van een vierkant en vier rechthoekige driehoekjes.

24 inhoud = oppervlakte × hoogte. De inhoud is 1500 liter = 1500 dm^3.

© ThiemeMeulenhoff

Uitwerkingen bij examen 2018-I

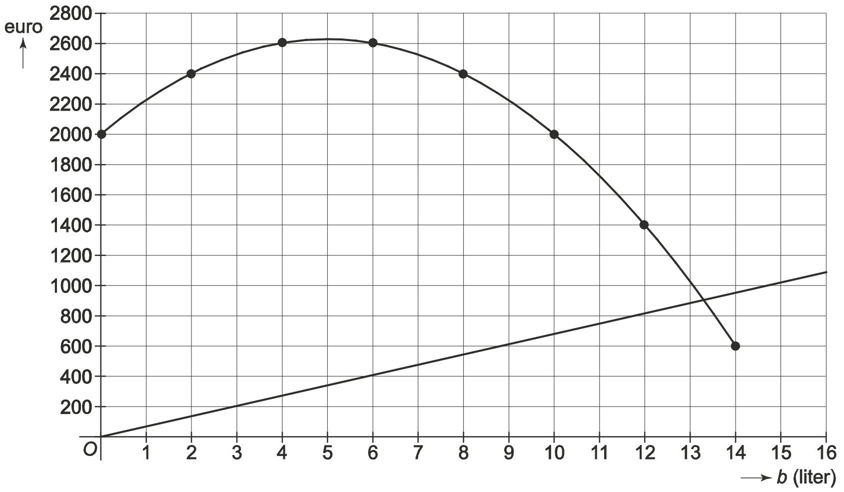
Druivenoogst

2p **1** De korting is 80 – 68 = 12 euro. [1p] In procenten is dat $\frac{12}{80} \times 100\% = 15\%$. [1p]

4p **2** $b = 0$ geeft $O = 2000 + 250 \times 0 - 25 \times 0^2 = 2000$.
$b = 2$ geeft $O = 2000 + 250 \times 2 - 25 \times 2^2 = 2000 + 500 - 100 = 2400$.
$b = 4$ geeft $O = 2000 + 250 \times 4 - 25 \times 4^2 = 2000 + 1000 - 400 = 2600$.
Invullen van de overige waarden voor b geeft dan de volgende tabel:
[2p, elke fout -1p]

b (liter)	0	2	4	6	8	10	12	14
O (euro)	2000	2400	2600	2600	2400	2000	1400	600

Zet nu de punten in het assenstelsel en teken een vloeiende kromme door de punten.
[alle punten juist tekenen, 1p]
[een vloeiende lijn door de punten, 1p]



3p **3** $b = 3$ geeft $K = 68 \times 3 = 204$ euro. [1p]
$b = 3$ geeft $O = 2000 + 250 \times 3 - 25 \times 3^2 = 2000 + 750 - 225 = 2525$ euro. [1p]
De winst bij $b = 3$ is dan $O - K = 2525 - 204 = 2321$ euro. [1p]

3p **4** Bij $b = 3$ is de winst € 2321.
Bij $b = 4$ is de winst $2600 - 68 \times 4 = 2600 - 272 =$ € 2328 [1p], dus hoger.
Bij $b = 5$ is de winst $(2000 + 250 \times 5 - 25 \times 5^2) - 68 \times 5 = 2625 - 340 =$ € 2285 [1p], dus lager.
Dus bij $b = 4$ [1p] liter bestrijdingsmiddel maakt Frans de meeste winst.

Mona Lisa

2p **5** 1 dollar = 0,89 euro.
700 miljoen dollar = 700 miljoen × 0,89 euro [1p] = 623 miljoen [1p] dollar.

3p **6** Het museum was 15 × 6 = 90 [1p] dagen open.
Het aantal bezoekers op die dagen was 1,7 miljoen.
Anders geschreven dus 1 700 000 bezoekers.
Het gemiddelde aantal bezoekers per dag is dan $\frac{1\,700\,000}{90} = 18\,888{,}8\ldots$ [1p] bezoekers.
Dat zijn er meer dan in Parijs. [1p]

4p **7** *1e manier (gebruik 1 jaar = 52 weken)*
Het museum was open gedurende 6 × 52 = 312 dagen.
Het aantal bezoekers in 40 [1p] jaar is dan 40 × 312 × 18 000 [1p] = 224 640 000 [1p] bezoekers. Afgerond op hele miljoenen zijn dat 225 miljoen [1p] bezoekers.

2e manier (gebruik 1 jaar = 365 dagen)
Er zijn dan in 1 jaar 365 – 52 = 313 open dagen.
Het aantal bezoekers in 40 [1p] jaar is dan 40 × 313 × 18 000 [1p] = 225 360 000 [1p] bezoekers. Afgerond op hele miljoenen zijn dat 225 miljoen [1p] bezoekers.
Je mag ook rekenen met schrikkeljaren. In 40 jaar zijn er 10 schrikkeljaren. Je vindt dan als antwoord 225 miljoen of 226 miljoen. Beide antwoorden zijn dan ook juist.

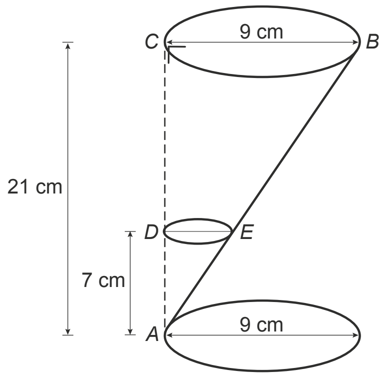
3p **8** De lengte is vergroot met een factor $\frac{100}{77} = 1{,}29\ldots$ [1p]
De breedte is vergroot met een factor $\frac{80}{53} = 1{,}50\ldots$ [1p]
De factoren verschillen, dus de poster is geen vergroting van de echte Mona Lisa. [1p]

Frietzakstandaard

5p **9** *De omtrek van de (grote) cirkel bereken je met de formule $\pi \times$ diameter. De lengte van AB bereken je met de stelling van Pythagoras.*
- *Omtrek van de cirkel.*
  De omtrek van de grote cirkel is $\pi \times 9$ [1p] = 28,274… [1p] cm.
- *Lengte van AB.*
  De hoek bij C is 90°.
  In de rechthoekige driehoek ACB geldt: $AB^2 = AC^2 + BC^2$.
  Invullen geeft: $AB^2 = 21^2 + 9^2 = 441 + 81 = 522$.
  Dat geeft $AB = \sqrt{522}$ [1p] = 22,847… [1p] cm.
- *Totale lengte van de draad.*
  De totale lengte is dan 2 × 28,274… + 22,847… = 79,395… cm.
  Afgerond dus 79 cm. [1p]

De antwoorden 79,3 of 79,40 of 79,395 of nauwkeuriger zijn ook goed.

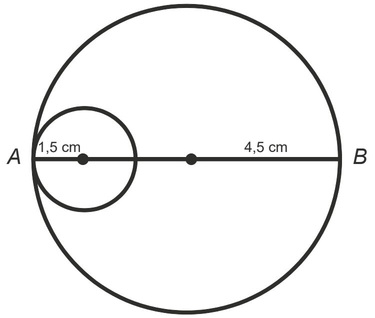
3p **10**



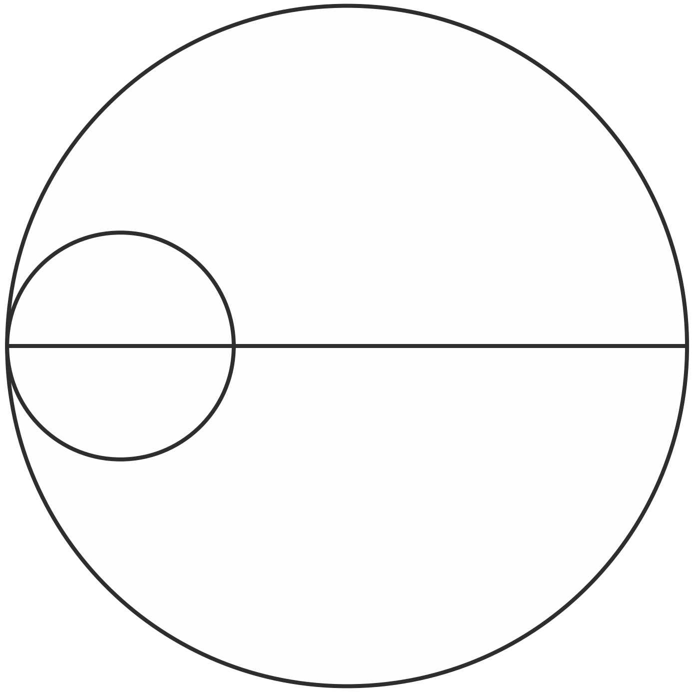
Verhouding $\frac{DE}{CB}$ is gelijk aan de verhouding $\frac{AD}{AC}$. [1p]

Invullen geeft $\frac{7}{21} = \frac{DE}{9}$ [1p], dus $DE = 3$ cm [1p].

4p **11** *Teken eerst een (grote) cirkel met een straal van 4,5* [1p] *cm. Teken punt A op de cirkel. Trek door A een middellijn AB* [1p]*. Teken een (kleine) cirkel een straal van 1,5* [1p] *cm en met een middelpunt* [1p] *op de middellijn op 1,5 cm van A. Zie de figuur hiernaast (niet op schaal).*



Het bovenaanzicht ziet er als volgt uit:.



Omgekeerd evenredig verband

1p **12** *x staat in de noemer, daarom mag je $x = 0$ niet invullen.*
Bij $x = 0$. [1p]

3p **13** $y = 7$, dus $\frac{2}{x} = 7$. [1p] Dan is $7x = 2$ en $x = \frac{2}{7}$. [1p]
$\frac{2}{7} = 0{,}285\ldots$, afgerond op 2 decimalen dus 0,29. [1p]

4p **14** *1^e manier (met verschuiven)*
Elke y-waarde wordt 1 kleiner, dus de oude grafiek verschuift 1 stap naar beneden.
[voor elk juist getekend deel 2p]

2^e manier (met berekenen van de nieuwe y-waarden)
Bereken bij elke x de bijbehorende y-waarde en teken hiermee de nieuwe grafiek.

$x = -5$ geeft $y = \frac{2}{-5} - 1 = -0{,}4 - 1 = -1{,}4$.

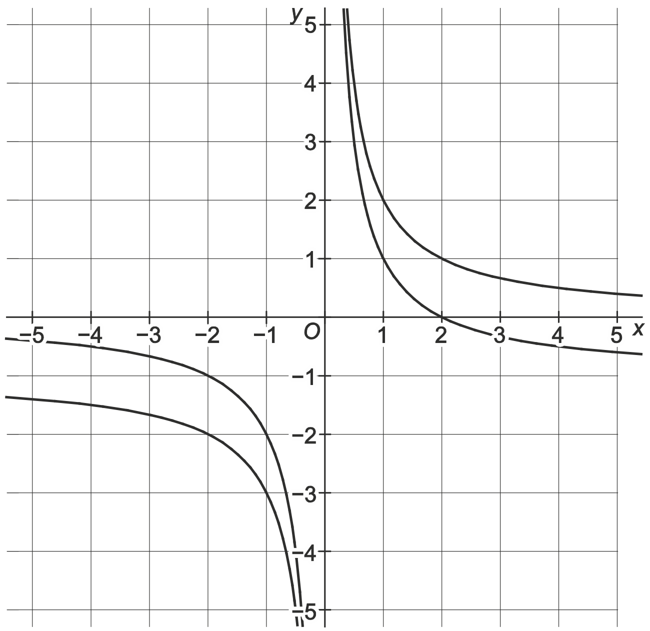
$x = -3$ geeft $y = \frac{2}{-3} - 1 = -0{,}66\ldots - 1 = -1{,}66\ldots$.

$x = -1$ geeft $y = \frac{2}{-1} - 1 = -2 - 1 = -3$.

$x = -0{,}5$ geeft $y = \frac{2}{-0{,}5} - 1 = -4 - 1 = -5$.

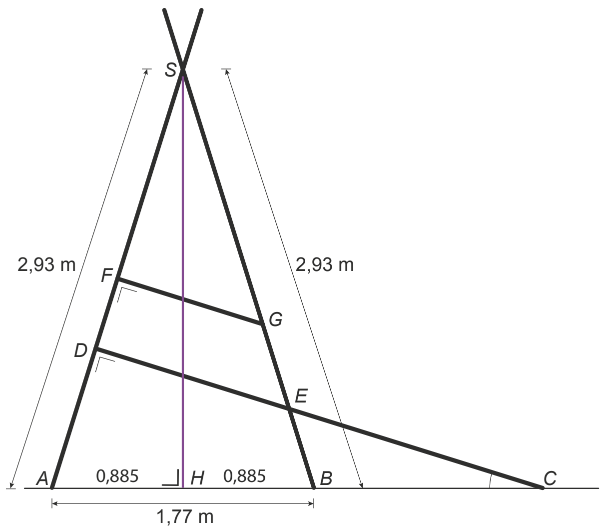
Dit geeft de volgende ingevulde tabel en de bijbehorende grafiek:
[juist invullen van de tabel, 2p, elke fout -1p]
[de punten juist in het assenstelsel tekenen,1p]
[twee vloeiende lijnen trekken door de punten,1p]

x	–5	–3	–1	–0,5	0	0,5	1	3	5
y	–1,4	–1,7	–3	–5	-	3	1	–0,3	–0,6



Tokkelbaan

5p **15** *Trek SH loodrecht op AB. Omdat driehoek ASB gelijkbenig is, geldt AH = HB = 0,885.*
Ook is hoek ASH = hoek BSH. hoek ASH + hoek BSH = hoek S.

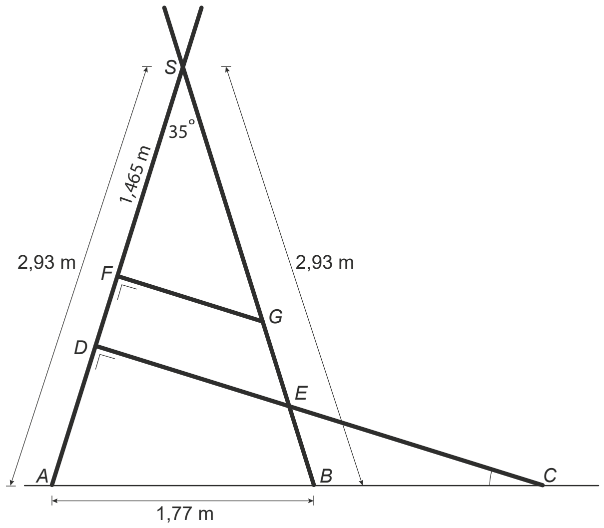


AH = 1,77 : 2 = 0,885. [1p]

In de rechthoekige driehoek *AHB* geldt nu: sin (hoek *ASH*) = $\frac{AH}{AS} = \frac{0{,}885}{2{,}93}$ [2p] = 0,3020… .

Dan is hoek *ASH* = 17,58…°. [1p] Dus hoek *ASB* = 2 × 17,58…° = 35,16…° ; afgerond dus 35°. [1p]

5p **16** Punt *F* is het midden van *AS*. Dus *FS* = 2,93 : 2 = 1,465. [1p] hoek *ASB* = 35°.



In de rechthoekige driehoek *GFS* geldt nu: tan(hoek *FSG*) = $\frac{FG}{FS}$.

Invullen geeft tan(35°) = $\frac{FG}{1{,}465}$ [2p], dus *FG* = 1,465 × tan(35°) = 1,465 × 0,7002… = 1,025 [1p].

Het antwoord is in meters. Dan is *FG* afgerond op hele centimeters 103 cm. [1p]

© ThiemeMeulenhoff

3p **17** Bereken eerst de grootte van hoek *A*.
In driehoek *ASB* is hoek *ASB* = 35°. Dan is hoek *SAB* + hoek *SBA* = 180° – 35° = 145°. [1p]
Omdat hoek *SAB* = hoek *SBA* geldt hoek *SAB* = 72,5°. [1p]
In driehoek *ADC* geldt: hoek *A* + hoek *D* + hoek *C* = 180°.
Invullen geeft: 72,5° + 90° + hoek *C* = 180°, dus hoek *C* = 180° – 162,5° = 17,5°.
De hoek is kleiner dan 20°, dus de hellingshoek voldoet aan de voorschriften. [1p]

Kubussen en bollen

2p **18** *1e manier (verband tussen nummer en aantal)*
Het aantal bollen is het kwadraat van het nummer.
Het aantal bollen bij nummer 7 is 7^2 [1p] = 49 [1p].

2e manier (met een tabel)
Maak een tabel [1p] *van het verband tussen nummer en aantal bollen. Let op de regelmaat.*

nummer	aantal bollen	er komt bij
0	0	
1	1	
2	4	3
3	9	5
4	16	7
5	25	9
6	36	11
7		

Er komen steeds 2 bollen meer bij.
Het aantal bollen bij nummer 7 is 36 + 13 = 49. [1p]

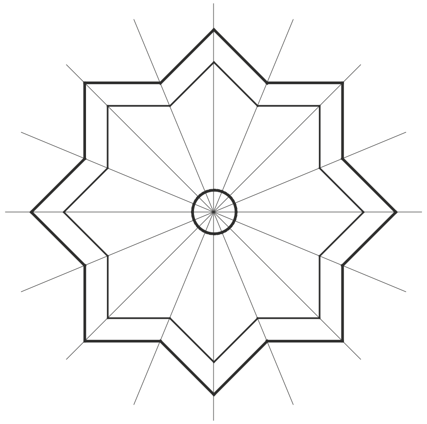
3p **19** *Er komen steeds 4 kubussen bij. Het verband is dus lineair.*
De formule heeft de vorm k = hellingsgetal × variabele + beginwaarde. De beginwaarde is hier 4 [1p] *en het hellingsgetal is ook 4* [1p].
De formule luidt: $k = 4 \times n + 4$ [1p]
Afhankelijk van je aanpak zijn er nog andere juiste formules. Zoals k = 4(n + 1) of met k is aantal bollen en kubussen minus aantal bollen geeft $k = (n + 2)^2 - n^2$.

4p **20** Bekijk eerst het aantal bollen. $10^2 = 100$ en $11^2 = 121$ [1p]. Er zijn dus genoeg bollen om een figuur met nummer 10 te maken [1p], maar niet een figuur met nummer 11. Het aantal kubussen voor een figuur met nummer 10 is *k* = 4 × 10 + 4 = 44. Daarvan zijn er dus ook voldoende [1p]. Dus de grootste figuur die je kunt maken heeft nummer 10. [1p]

© ThiemeMeulenhoff

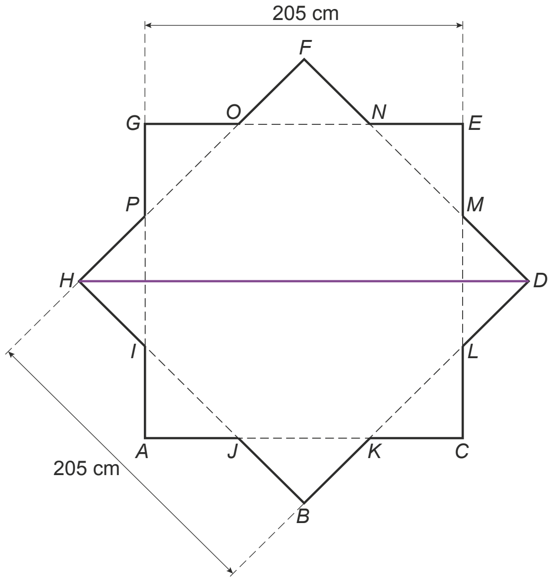
Fontein

2p **21**



[voor de vier symmetrieassen door de rechte hoeken, 1p]
[voor de vier symmetrieassen door de stompe hoeken, 1p]

3p **22** *Trek HD.*



In de rechthoekige driehoek *HBD* geldt: $HD^2 = HB^2 + BD^2$.
$BD = HB = 205$ cm.
Invullen geeft: $HD^2 = 205^2 + 205^2$ [1p] = 42 025 + 42 025 = 84 050. [1p]
Dat geeft $HD = \sqrt{84\,050} = 289{,}913\ldots$ cm.
Dus *HD* is (afgerond) 290 cm. [1p]
De antwoorden 289,9 of 289,91 of nauwkeuriger zijn ook goed.

4p **23** *Alle kleine driehoeken hebben dezelfde oppervlakte en dezelfde maten. Omdat het antwoord in meters gevraagd wordt is het handig om gelijk in meters te rekenen.*
205 cm = 2,05 m en 60 cm = 0,6 m.
oppervlakte van de bodem = oppervlakte vierkant + 4 × oppervlakte driehoek *PHI*.

- *Oppervlakte vierkant.*
  oppervlakte vierkant $ACEG = AC \times CE = 2{,}05 \times 2{,}05 = 4{,}2025\ \text{m}^2$. [1p]
- *Oppervlakte rechthoekige driehoek.*
  oppervlakte rechthoekige driehoek $PHI = \frac{1}{2} \times PH \times HI = \frac{1}{2} \times 0{,}6 \times 0{,}6 = 0{,}18\ \text{m}^2$. [1p]
- *Totale oppervlakte.*
  oppervlakte van de bodem = $4{,}2025 + 4 \times 0{,}18 = 4{,}9225\ \text{m}^2$. [1p]
  De oppervlakte van de bodem is afgerond 5 m^2. [1p]
  Een snellere berekening is 2,05 × 2,05 + 2 × 0,6 × 0,6 (twee rechthoekige driehoeken zijn samen één vierkant).

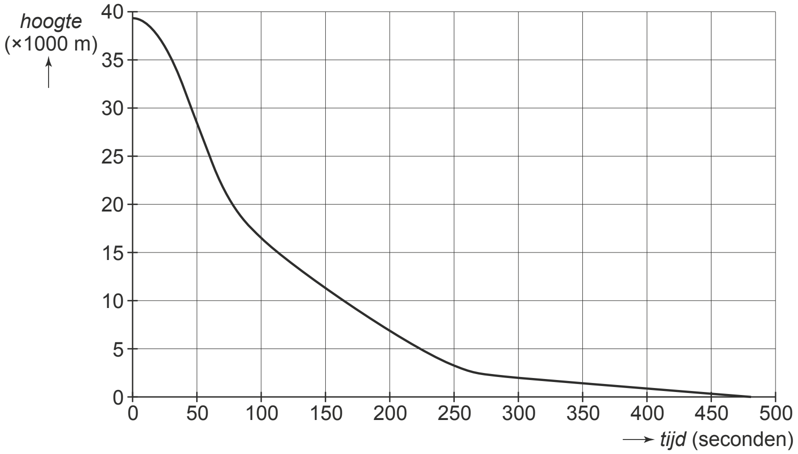
De antwoorden 4,9 of 4,92 of nauwkeuriger zijn ook goed.

3p **24** *1 liter = 1 dm^3. De inhoud is dus 1500 dm^3.*
4,9225 m^2 = 492,25 dm^2 [1p] *(vermenigvuldigen met 100).*
inhoud waterbak = oppervlakte bodem × hoogte.
Nu moet gelden: 1500 = 492,25 × hoogte (in dm).
Dat geeft hoogte = $\frac{1500}{492{,}25}$ dm = 3,047… dm. [1p] Dit is gelijk aan 30,47… cm.
De hoogte afgerond op hele centimeters is dan 30 cm. [1p]

Examen 2018-II

Sprong

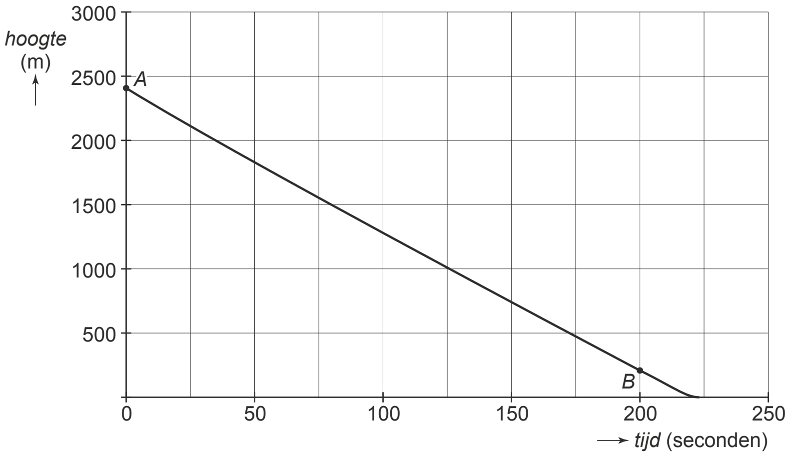
Op 14 oktober 2012 sprong de Oostenrijker Felix Baumgartner vanaf een hoogte van 39 kilometer uit een capsule. In de grafiek hieronder kan je zien op welke hoogte Felix zich op elk moment tijdens zijn sprong bevond.



2p **1** Na hoeveel minuten en seconden was Felix Baumgartner op een hoogte van 5 kilometer? Schrijf op hoe je aan je antwoord komt.

4p **2** Baumgartner bereikte extreme snelheden. Hij bereikte zijn topsnelheid tussen *tijd* = 30 en *tijd* = 50 (seconden). Hij daalde in deze tijd van een hoogte van 34 500 meter naar een hoogte van 28 000 meter.
→ Bereken hoeveel kilometer per uur de topsnelheid van Baumgartner was.

3p **3** Na ruim vier minuten vrije val opent Felix Baumgartner zijn parachute.
Hieronder zie je de grafiek die het verband weergeeft tussen de *hoogte* in meter en de *tijd* in seconden van het laatste gedeelte van zijn sprong, na het openen van zijn parachute.



Van het punt *A* (0, 2400) tot het punt *B* (200, 200) mag je ervan uitgaan dat er een lineair verband is tussen *hoogte* in meter en *tijd* in seconden.
→ Geef een formule die bij dit verband hoort.

Appels

Groenteman Rinus verkoopt appels. Hij weet dat de hoeveelheid verkochte appels lager wordt als de prijs hoger wordt. Hij wil de prijs zo vaststellen, dat hij zoveel mogelijk winst maakt.

2p **4** Rinus heeft 400 kg appels ingekocht voor 65 cent per kg. Hij verwacht al deze appels in één dag te verkopen.
→ Hoeveel euro winst maakt Rinus als hij al deze appels voor 105 cent per kg verkoopt?

Rinus gebruikt de volgende formule om uit te rekenen bij welke verkoopprijs per kg hij de meeste winst zal maken

$$W = -0{,}038p^2 + 10{,}47p - 520$$

Hierin is W de winst in euro en p de verkoopprijs in centen per kg.

3p **5** Hieronder staat de tabel voor de winst bij verschillende verkoopprijzen per kg.

p (centen)	65	85	105	125	145	1650
W (€)	0,00	95,40				

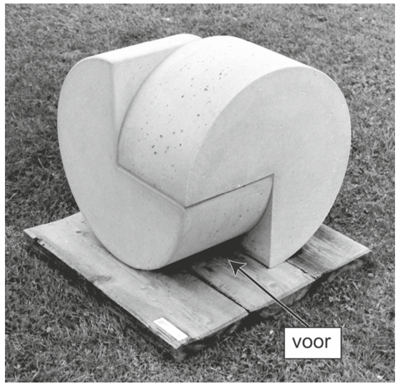
→ Vul de tabel verder in. Geef hierbij de waarden van W in twee decimalen.

4p **6** Bereken met behulp van de formule bij welke prijs in centen per kg de winst zo hoog mogelijk is.

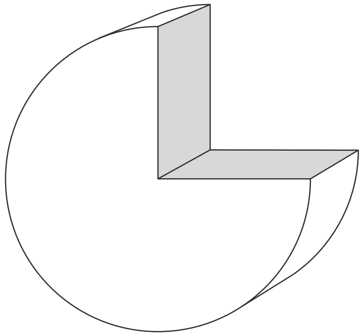
Kunstwerk

In figuur 1 zie je een kunstwerk van Colin de Rover, dat bestaat uit betonnen elementen.

figuur 1



figuur 2



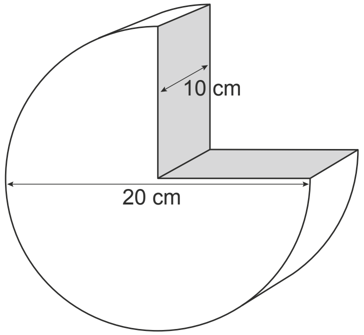
Het kunstwerk van figuur 1 heeft een lengte, een breedte en een hoogte van 50 cm. Het kunstwerk bestaat uit twee elementen. In figuur 2 zie je één element. Dit element heeft de vorm van een cilinder waaruit een kwart deel is weggehaald.

2p **7** Bereken hoeveel cm^2 de oppervlakte van de twee grijze vlakken uit figuur 2 samen is.

4p **8** Teken het vooraanzicht van het kunstwerk van figuur 1 op schaal 1:10.

4p **9** Met zes kleinere betonnen elementen, zie figuur 3 voor één element, bouwt Colin het kunstwerk zoals te zien is in figuur 4.

figuur 3

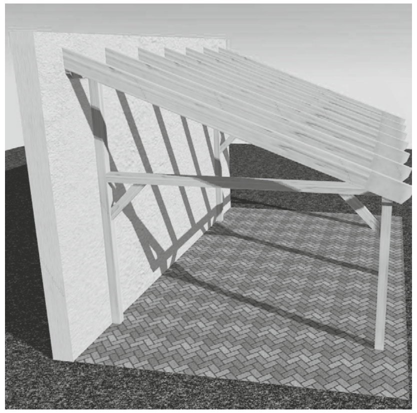


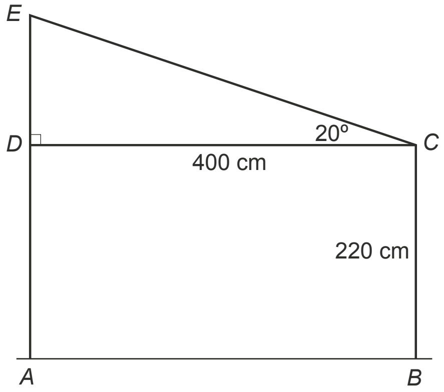
figuur 4

→ Bereken hoeveel cm^3 beton voor dit kunstwerk is gebruikt.

Carport

Carin wil een carport bouwen. Voordat ze begint, maakt ze eerst op de computer een ontwerp en een schets van het vooraanzicht.

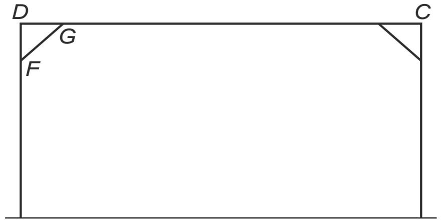




In de schets van het vooraanzicht is de breedte 4 meter en de inrijhoogte 2,2 meter. Hoek *C* = 20°.

1p **10** Bereken hoeveel graden hoek *E* is.

4p **11** Bereken, zonder te meten, hoeveel cm de hoogte *AE* is.



4p **12** Bij de hoeken *C* en *D* plaatst Carin hoeksteunen voor de stevigheid. In de afbeelding is *FG* zo'n hoeksteun. *DF* = *DG* = 60 cm.
→ Bereken, zonder te meten, hoeveel cm de lengte van hoeksteun *FG* is. Rond je antwoord af op hele cm.

Babyflesje

Twee maanden geleden is het zusje van Pieter geboren. Om voor haar een flesje babymelk te maken, wordt eerst water gekookt. Pieter heeft onderzocht hoe lang het duurt voordat het water voldoende is afgekoeld. De temperatuur van het water kan worden berekend met de formule

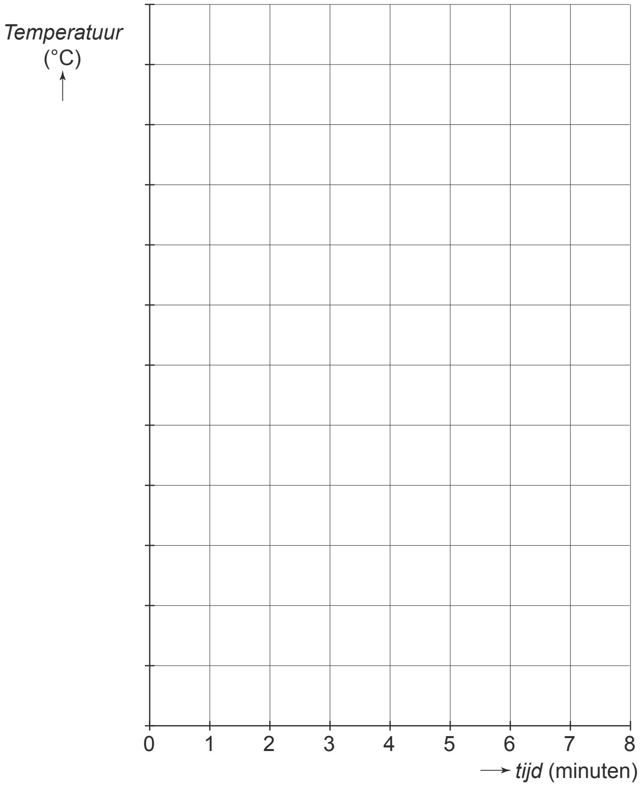
$$Temperatuur = 100 \times 0{,}85^{tijd}$$

Hierin is *Temperatuur* in °C en *tijd* in minuten.

1p **13** Met hoeveel procent neemt de temperatuur volgens de formule per minuut af?

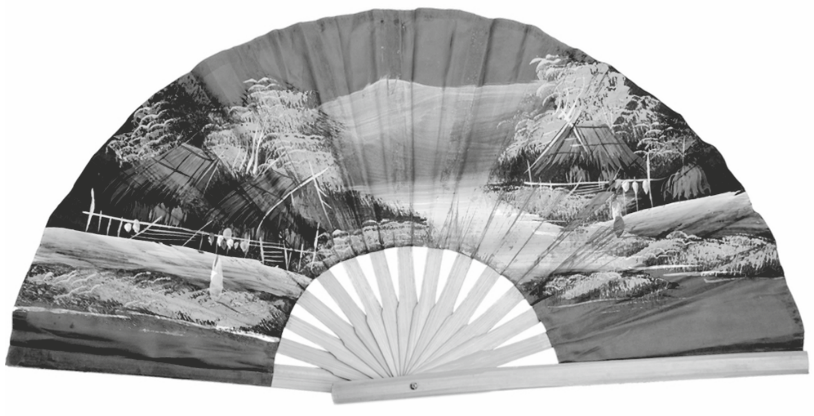
5p **14** Vul de tabel hieronder in en teken in het assenstelsel de grafiek die bij de formule hoort. Zorg hierbij voor een juiste schaalverdeling langs de verticale as.

tijd (minuten)	0	2	4	6	8
Temperatuur (°C)					



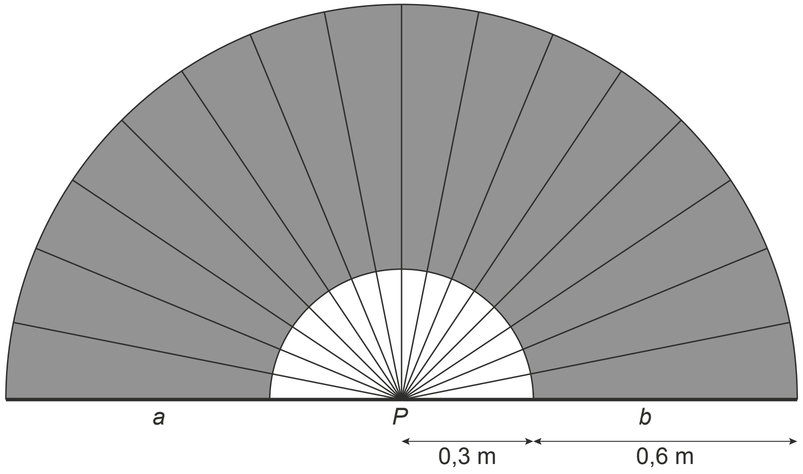
3p **15** De temperatuur van het water in het flesje moet lager zijn dan 36 °C voordat de melkpoeder erbij mag. Pieter wil weten hoelang dit duurt.
→ Bereken in één decimaal nauwkeurig hoeveel minuten het duurt totdat het water in het flesje voldoende is afgekoeld.

Waaier



In Indonesië worden grote beschilderde waaiers verkocht. De waaiers worden gemaakt van bamboelatten waarop een vel rijstpapier is geplakt. Op de foto zie je een voorbeeld.

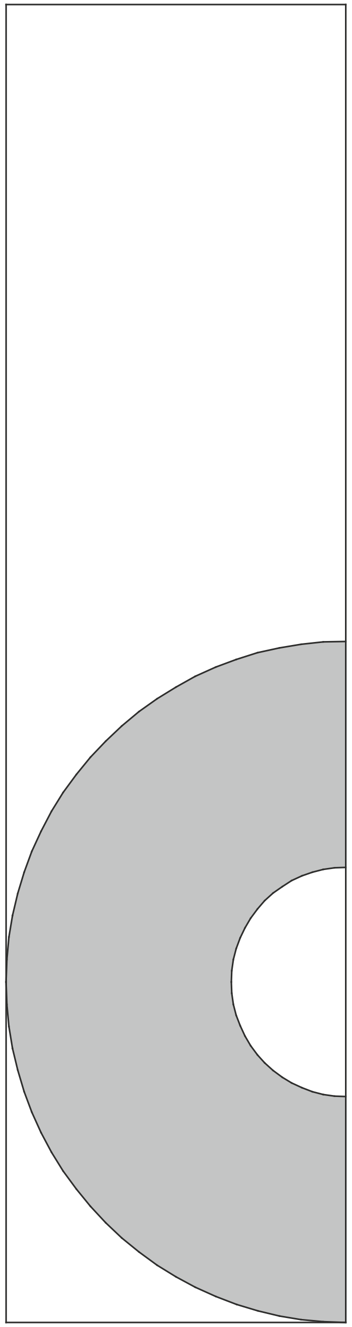
In de schets zijn *a* en *b* twee stevige basislatten, die in draaipunt *P* aan elkaar vastgemaakt zijn. De waaier heeft verder 15 dunnere latten die ook aan *P* vastgemaakt zijn. Als de waaier helemaal is uitgeklapt, liggen de latten *a* en *b* op één lijn. De afmetingen staan in de schets hieronder. Het bruine gedeelte is rijstpapier.



2p **16** Als de waaier helemaal is uitgeklapt, zijn de hoeken tussen de latten allemaal even groot. We houden geen rekening met de dikte van de latten.
→ Bereken hoeveel graden de hoek tussen twee naast elkaar liggende latten is.

3p **17** Het rijstpapier (het bruine gedeelte van de waaier) is aan één kant beschilderd.
→ Laat met een berekening zien dat de beschilderde oppervlakte van het rijstpapier afgerond 1,13 m^2 is.

3p **18** Het benodigde rijstpapier voor de waaier wordt uit rechthoekige vellen rijstpapier van 90 cm breed en 350 cm lang geknipt. Uit één vel van dit rijstpapier kunnen twee waaiers geknipt worden.
Hieronder is een vel van dit rijstpapier op schaal getekend met alvast een van de waaiers.
→ Teken de tweede waaier erbij.



Ogen

3p **19** Er zijn drie hoofdkleuren voor ogen: bruin, blauw en groen. In totaal leven er ongeveer 7,5 miljard mensen op de wereld, waarvan 8% blauwe ogen heeft.
→ Bereken het aantal mensen op de wereld dat blauwe ogen heeft.

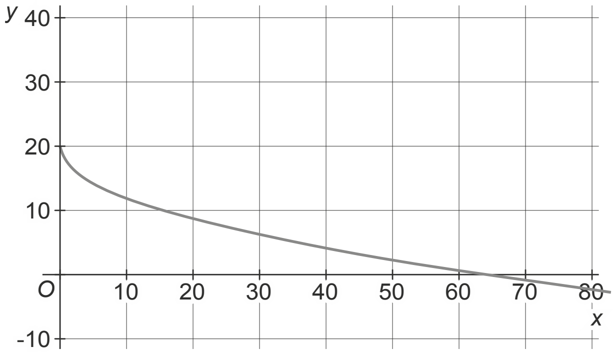
3p **20** Van de 17 miljoen Nederlanders zijn 7,3 miljoen mensen bijziend. Zij kunnen niet goed in de verte zien. Neem aan dat deze verhouding bijzienden voor de hele wereldbevolking van 7,5 miljard mensen geldt.
→ Bereken hoeveel mensen op de wereld dan bijziend zijn. Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie en rond af op één decimaal.

3p **21** Gemiddeld knippert een mens overdag elke zes seconden met zijn ogen. Neem aan dat een Nederlandse man gemiddeld 79 jaar oud wordt en elke nacht 8 uur zijn ogen dicht heeft.
→ Hoe vaak knippert een man dan gemiddeld met zijn ogen in een heel leven?

3p **22** Van alle mannen is 8% kleurenblind. Bij de vrouwen is dat één op de 250.
→ Zijn er naar verhouding meer mannen of vrouwen kleurenblind?

Wortelverband

Je ziet de grafiek getekend die hoort bij de formule $y = 20 - 2{,}5\sqrt{x}$.

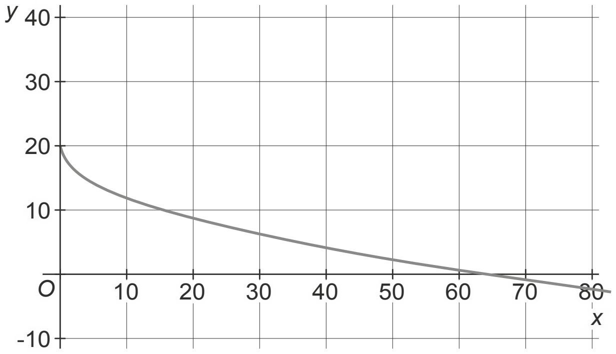


2p **23** Een punt van de grafiek heeft als *x*-waarde 6.
→ Bereken de waarde van *y* voor dit punt.

3p **24** Bereken de *x*-waarde van het punt op de grafiek waarvan de *y*-waarde 12 is. Geef je antwoord in één decimaal.

4p **25** Gegeven is ook de formule $y = 10 + 2{,}5\sqrt{x}$.
→ Vul de tabel hieronder in en teken in het assenstelsel de grafiek die bij deze nieuwe formule hoort.

x	0	10	20	30	40	50	60	70	80
y									



Hints bij examen 2018-II

1 Trek in de grafiek de lijn *hoogte* = 5.

2 In 20 seconden legde Baumgartner een afstand af van 6500 m.

3 De formule heeft de vorm: *hoogte* = hellingsgetal × *tijd* + beginwaarde

4 winst = verkoop – inkoop.

5 Vul de *p*-waarde in de formule in. Doe als oefening eerst *p* = 85.

6 Bereken met inklemmen de winst bij een aantal verschillende *p*-waarden. Begin bijvoorbeeld met *p* = 130.

7 De grijze vlakken zijn vierkanten.

8 Ga in gedachte recht voor het beeld staan en schets in de figuur wat je ziet. Teken daarna het juiste vooraanzicht.

9 Bereken de inhoud met de formule inhoud = hoogte × oppervlakte grondvlak. Het grondvlak bestaat uit twee driekwart cirkels.

10 De som van de hoeken van een driehoek is 180°.

11 Bereken eerst de lengte van *DE* met een tangens.

12 Gebruik de stelling van Pythagoras.

13 Kijk naar de groeifactor.

14 Gebruik de uitkomsten in de tabel om (hele) getallen langs de verticale as te zetten. Teken daarna de punten en een vloeiende kromme in het assenstelsel.

15 Bereken voor verschillende tijden de temperatuur. Begin met *tijd* = 6.

16 Er zijn 16 even grote hoeken

17 Trek de oppervlaktes van twee halve cirkels van elkaar af.

18 Gebruik de afmetingen van de getekende waaier. Bepaal eerst waar het middelpunt van de tweede waaier moet liggen.

19 7,5 miljard = 7500 miljoen. Bereken eerst 1%.

20 1 miljard = 1000 miljoen. Gebruik een verhoudingstabel.

21 per etmaal zijn de ogen dus gemiddeld 16 uur open.

22 Hoeveel procent is één op de 250?

23 Vul *x* = 6 in.

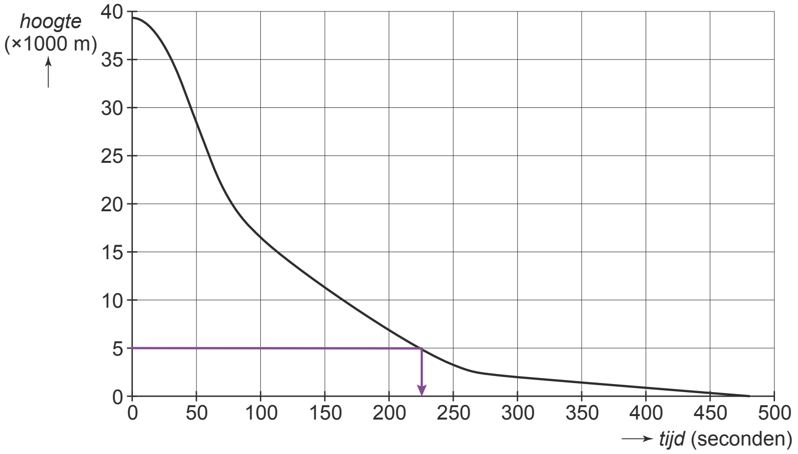
24 Uit de grafiek is af te lezen dat deze waarde in de buurt van *x* = 10 ligt.

25 Vul de *x*-waarden uit de tabel in de formule in. Teken daarna de grafiek.

Uitwerkingen bij examen 2018-II

Sprong

2p **1** Trek de horizontale lijn *hoogte* = 5 en lees de tijd in het snijpunt af.
tijd = 225 [1p] seconden en dat is 3 minuten en 45 seconden [1p].



4p **2** *In (50 – 30 =) 20 seconden een afstand van (34 500 – 28 000 =) 6500* [1p] *meter afgelegd. Reken dat om naar km per uur.*

: 20 × 3600

afstand (m)	6500	325	3600 × 325 = 1 170 000
tijd (seconden)	20	1	3600 (= 1 uur)

: 20 × 3600

[2p]

In 1 uur legde Baumgartner 1 170 000 meter af. [1p] De topsnelheid was 1170 km/uur. [1p]

3p **3** De grafiek begint in (0, 2400). De beginwaarde is dus 2400. [1p]

Het hellinggetal is $\frac{200 - 2400}{200 - 0} = -11$. [1p]

De formule is dan: *hoogte* = –11 × *tijd* + 2400 [1p]

Appels

2p **4** Hij verkoop de appels voor 40 cent per kilo [1p] meer dan dat hij ze heeft ingekocht.
Zijn winst is 400 × 40 = 16 000 cent. Dat is 160 euro. [1p]

3p **5** *p* = 105 invullen geeft $W = -0{,}038 \times (105)^2 + 10{,}47 \times 105 - 520 =$ € 160,40
p = 125 invullen geeft $W = -0{,}038 \times (125)^2 + 10{,}47 \times 125 - 520 =$ € 195,00
p = 145 invullen geeft $W = -0{,}038 \times (145)^2 + 10{,}47 \times 145 - 520 =$ € 199,20
p = 165 invullen geeft $W = -0{,}038 \times (165)^2 + 10{,}47 \times 165 - 520 =$ € 173,00
Dat geeft de volgende ingevulde tabel:
[3p, voor elke fout -1p]

p (centen)	65	85	105	125	145	1650
W (€)	0,00	95,40	160,40	195,00	199,20	173,00

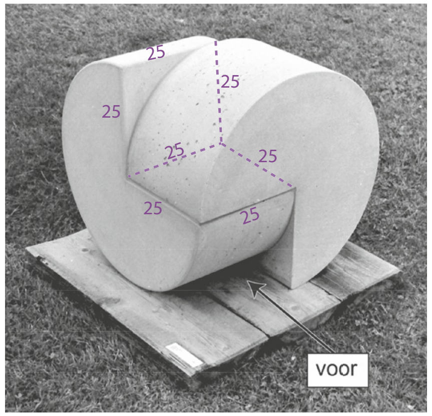
4p **6**

p	winst	winst hoger of lager?
130	198,90	neem p hoger
135	200,90	hoger, neem p hoger
137	201,17 [1p]	hoger, neem p hoger
138	201,188 [1p]	hoger, neem p hoger
139	201,132 [1p]	lager, stop

Dus bij een prijs van 138 [1p] cent per kilo is de winst zo hoog mogelijk.

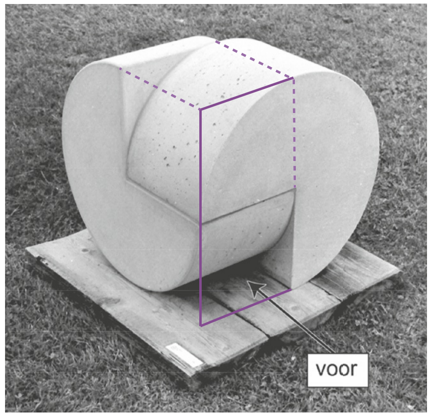
Kunstwerk

2p **7** *Alle zijdes hebben een lengte van 25 cm. Het zijn dus twee vierkanten.*

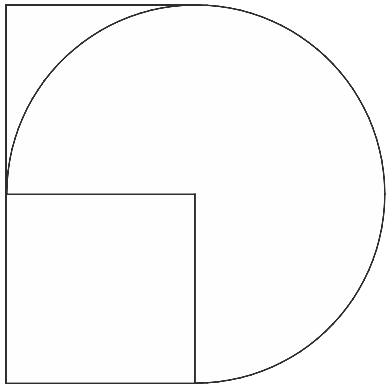


De oppervlakte van de twee grijze vlakken is $2 \times 25 \times 25$ [1p] $= 1250$ cm^2 [1p].

4p **8** *In de figuur is als hulpmiddel het vooraanzicht getekend.*



Teken nu het vooraanzicht in zijn ware vorm op schaal. Start met een cirkel met een straal van 2,5 cm. Teken daarna het vierkant en de rest van het vooraanzicht.



[driekwart cirkel tekenen, 1p]
[vierkant tekenen, 1p]
[gedeelte linksboven tekenen, 1p]
[juiste afmetingen, 1p]

4p **9** *inhoud = hoogte × oppervlakte grondvlak.*

- De hoogte van een element is 10 cm.
- Oppervlakte grondvlak van een element.
  De oppervlakte van een cirkel is $\pi \times$ straal$^2 = \pi \times 10^2 = 100\pi$ cm^2 (= 314,15…). [1p]
  De oppervlakte van driekwart van de cirkel is dan $\frac{3}{4} \times 100\pi = 75\pi$ cm^2 (= 235,61…). [1p]
- Inhoud van een element
  De inhoud van een element is dan 10 cm × 75π cm^2 (= 2356,1… cm^3). [1p]
- Hoeveelheid beton.
  De hoeveelheid cm^3 beton is dan $6 \times 750\pi = 4500\pi$ cm^3 (= 14 137,166… cm^3).
  Dat is ongeveer 14 137 cm^3. [1p]

De antwoorden 14 137, 2 of 14 137, 17 of nauwkeuriger zijn ook goed.

Carport

1p **10** hoek $E = 180^\circ - 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$. [1p]

4p **11** $AE = AD + DE$

- $AD = 220$ cm.
- Berekening van DE.
  In de rechthoekige driehoek CDE geldt: tan (hoek C) $= \frac{DE}{DC}$.
  Invullen van de gegevens geeft: $\tan 20^\circ = \frac{DE}{400}$. [2p]
  Dan geldt: $DE = 400 \times \tan 20^\circ = 400 \times 0{,}3639\ldots = 145{,}588\ldots$ cm. [1p]
- $AE = AD + DE = 220 + 145{,}588\ldots = 365{,}588\ldots$ cm. [1p]

Het antwoord 366 cm of nauwkeuriger is ook goed.

4p **12** In de rechthoekige driehoek FDG geldt: $FG^2 = FD^2 + DG^2$.
Invullen geeft: $FG^2 = 60^2 + 60^2 = 7200$. Dan is $FG = \sqrt{7200}$ [2p] $= 84{,}85\ldots$ cm [1p].
Afgerond op hele cm is $FG = 85$ cm. [1p]

Babyflesje

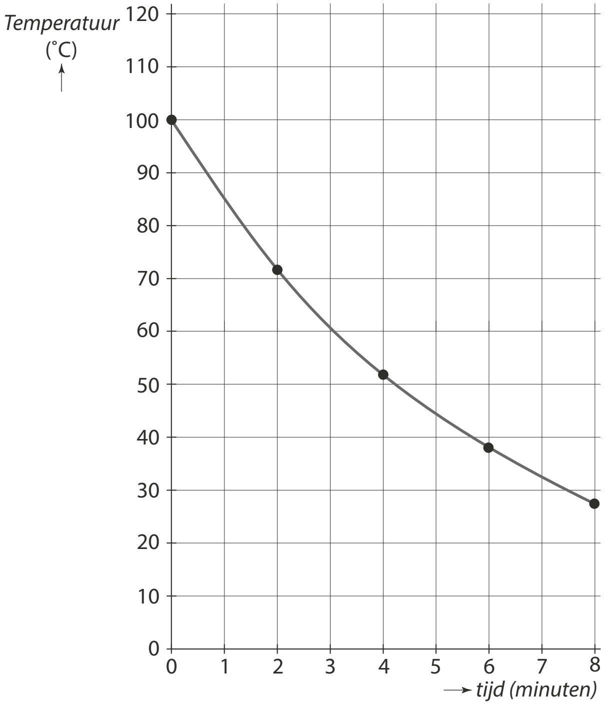
1p **13** De groeifactor is 0,85. Dat komt overeen met 85%. De afname is dan 15%. [1p]

5p **14** *tijd* = 0 geeft *Temperatuur* = $100 \times 0{,}85^0 = 100 \times 1 = 100$ °C.
tijd = 2 geeft *Temperatuur* = $100 \times 0{,}85^2 = 100 \times 0{,}722... = 72{,}2...$ °C.
tijd = 4 geeft *Temperatuur* = $100 \times 0{,}85^4 = 100 \times 0{,}522... = 52{,}2...$ °C.
tijd = 6 geeft *Temperatuur* = $100 \times 0{,}85^6 = 100 \times 0{,}377... = 37{,}7...$ °C.
tijd = 8 geeft *Temperatuur* = $100 \times 0{,}85^8 = 100 \times 0{,}272... = 27{,}2...$ °C.

tijd (minuten)	0	2	4	6	8
Temperatuur (°C)	100	72	52	38	27

[2p, elke fout -1p]

Zet nu een juiste schaalverdeling langs de verticale as. [1p] *Gebruik bijvoorbeeld de getallen 10, 20, 30 enzovoort. Teken daarna de punten* [1p] *en trek door de punten een vloeiende kromme* [1p].



3p **15** *In vraag 14 heb je bij tijd = 6 een temperatuur van 38 °C berekend. Daarna neemt de temperatuur verder af. Maak een tabel en begin met tijd = 6.*

tijd	***Temperatuur***	***Temperatuur lager dan 36 °C ?***
6	38	nee, neem *tijd* hoger
6,1	37,1	nee, neem *tijd* hoger
6,2	36,5 [1p]	nee, neem *tijd* hoger
6,3	35,9 [1p]	ja, stop

Na 6,3 [1p] minuten is het water in het flesje voldoende afgekoeld.

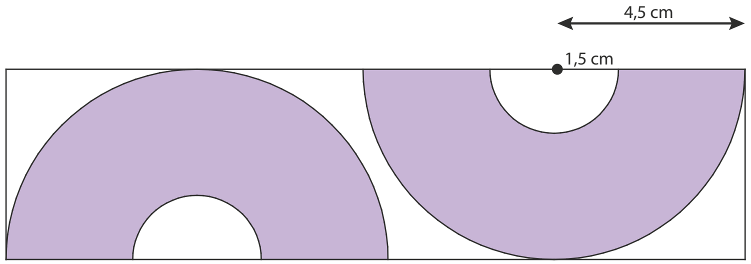
© ThiemeMeulenhoff

Waaier

2p **16** Er zijn 16 [1p] even grote hoeken. Een halve cirkel is 180°.
De hoek is $\frac{180}{16} = 11{,}25°$ [1p]
De antwoorden 11,3 of 11 zijn ook goed.

3p **17** oppervlakte halve grote cirkel = $\frac{1}{2} \times \pi \times 0{,}6^2 = 1{,}272...$ m². [1p]
oppervlakte halve kleine cirkel = $\frac{1}{2} \times \pi \times 0{,}3^2 = 0{,}141...$ m². [1p]
Beschilderde oppervlakte = 1,272... − 0,141... = 1,131...m², dus afgerond 1,13 m². [1p]

3p **18** *Er is niet genoeg ruimte om de tweede waaier verschoven te tekenen. De tweede waaier moet daarom gedraaid worden. Teken eerst een middelpunt op 4,5 cm van de hoek.* [1p] *Teken daarna de twee cirkels met stralen van 4,5* [1p] *cm en 1,5* [1p] *cm.*



Voor de figuur op ware grootte zie de volgende bladzijde.

Ogen

3p **19** 7,5 miljard = 7500 miljoen [1p].
1% van 7,5 miljard is 75 miljoen. [1p] 8% is 8 × 75 miljoen = 600 miljoen. [1p]
De antwoorden 600 000 000 of 0,6 miljard zijn ook goed.

3p **20** *17 miljoen = 17 000 000. 7,5 miljard = 7 500 000 000.*

		: 17	× 1000	× 7,5
bijziend	7 300 000	429 411,7647...	429 411 764,7...	3 220 588 235,2...
aantal	17 000 000	1 000 000	1 000 000 000	7 500 000 000
		: 17	× 1000	× 7,5

[2p]

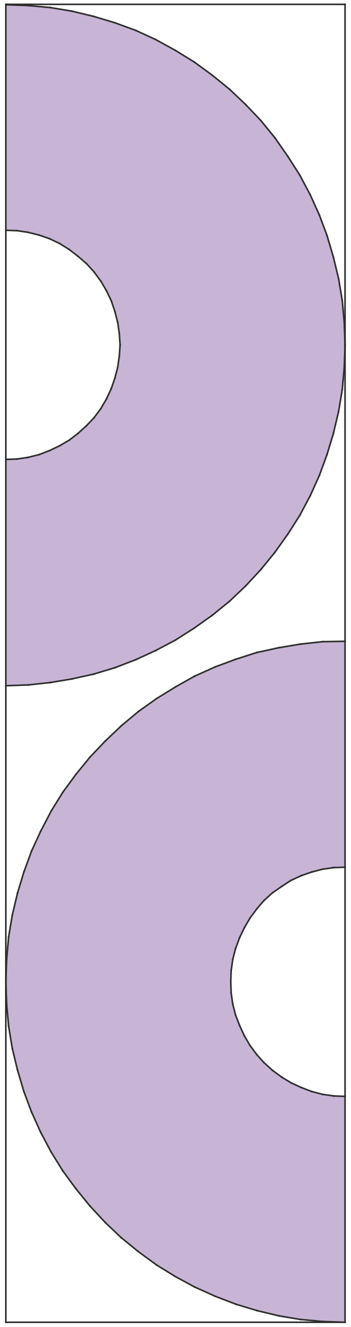
Er zijn dus ongeveer 3 220 588 235 mensen bijziend.
Dat zijn ongeveer 3,22 miljard mensen
In wetenschappelijk notatie en op 1 decimaal afgerond is dat $3{,}2 \times 10^9$. [1p]

3p **21** Per minuut knipper je dus 10 keer. [1p]
Per uur knipper je 10 × 60 = 600 keer.
In 16 uur knipper je 16 × 600 = 9600 keer.
Per jaar knipper je 365 × 9600 = 3 504 000 keer. [1p]
In 79 jaar knipper je 79 × 3 504 000 = 276 816 000 keer. [1p]
De antwoorden 277 000 000 of nauwkeuriger zijn allemaal goed.

3p **22** Eén op de 250 is vier op de 1000 [1p], dus 0,4% [1p]. Dat is minder dan 8%.
Naar verhouding zijn er meer mannen dan vrouwen kleurenblind. [1p]

© ThiemeMeulenhoff

Deze figuur hoort bij vraag 18.



© ThiemeMeulenhoff

Wortelverband

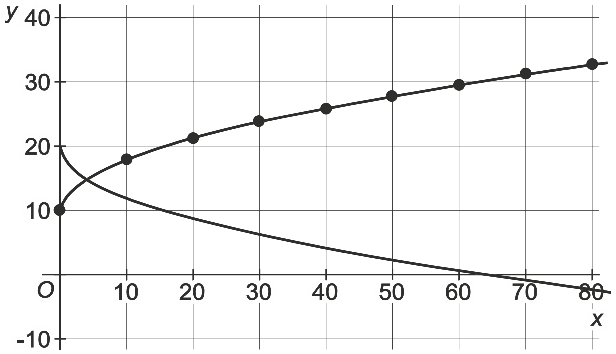
2p **23** $x = 6$ geeft $y = 20 - 2{,}5\sqrt{6} = 20 - 2{,}5 \times 2{,}449... = 13{,}876...$. [2p]
De antwoorden 14 of nauwkeuriger zijn ook allemaal goed.

3p **24** $x = 9{,}9$ geeft $y = 20 - 2{,}5\sqrt{9{,}9} = 20 - 2{,}5 \times 3{,}14... = 12{,}13...$.
$x = 10$ geeft $y = 20 - 2{,}5\sqrt{10} = 20 - 2{,}5 \times 3{,}16... = 12{,}09...$.
$x = 10{,}1$ geeft $y = 20 - 2{,}5\sqrt{10{,}1} = 20 - 2{,}5 \times 3{,}17... = 12{,}05...$.
$x = 10{,}2$ geeft $y = 20 - 2{,}5\sqrt{10{,}2} = 20 - 2{,}5 \times 3{,}19... = 12{,}01...$. [1p]
$x = 10{,}3$ geeft $y = 20 - 2{,}5\sqrt{10{,}3} = 20 - 2{,}5 \times 3{,}20... = 11{,}97...$. [1p]
Dus voor $x = 10{,}2$ [1p] is y (bijna) 12.

4p **25** $x = 0$ geeft $y = 10 + 2{,}5 \times 0 = 10$.
$x = 10$ geeft $y = 10 + 2{,}5\sqrt{10} = 10 + 2{,}5 \times 3{,}16... = 17{,}9...$.
$x = 20$ geeft $y = 10 + 2{,}5\sqrt{20} = 10 + 2{,}5 \times 4{,}47... = 21{,}18...$.
$x = 30$ geeft $y = 10 + 2{,}5\sqrt{30} = 10 + 2{,}5 \times 5{,}47... = 23{,}69...$.
Voortzetten geeft dan de volgende ingevulde tabel met afgeronde y-waarden.
[2p, elke fout -1p]

x	0	10	20	30	40	50	60	70	80
y	10	18	21	24	26	28	29	31	32

Teken nu de punten [1p] *en trek een vloeiende kromme* [1p] *door de punten.*



© ThiemeMeulenhoff

Examen 2019-I

Paddenstoelen

De vliegenzwam is een rode paddenstoel met witte stippen.

Uit tellingen blijkt dat het aantal vliegenzwammen in Nederland snel afneemt. In 1999 werden 110 000 vliegenzwammen geteld. In 2015 was dat aantal nog maar 41 000.

3p **1** Bereken met hoeveel procent het aantal getelde vliegenzwammen in 2015 is afgenomen ten opzichte van 1999.

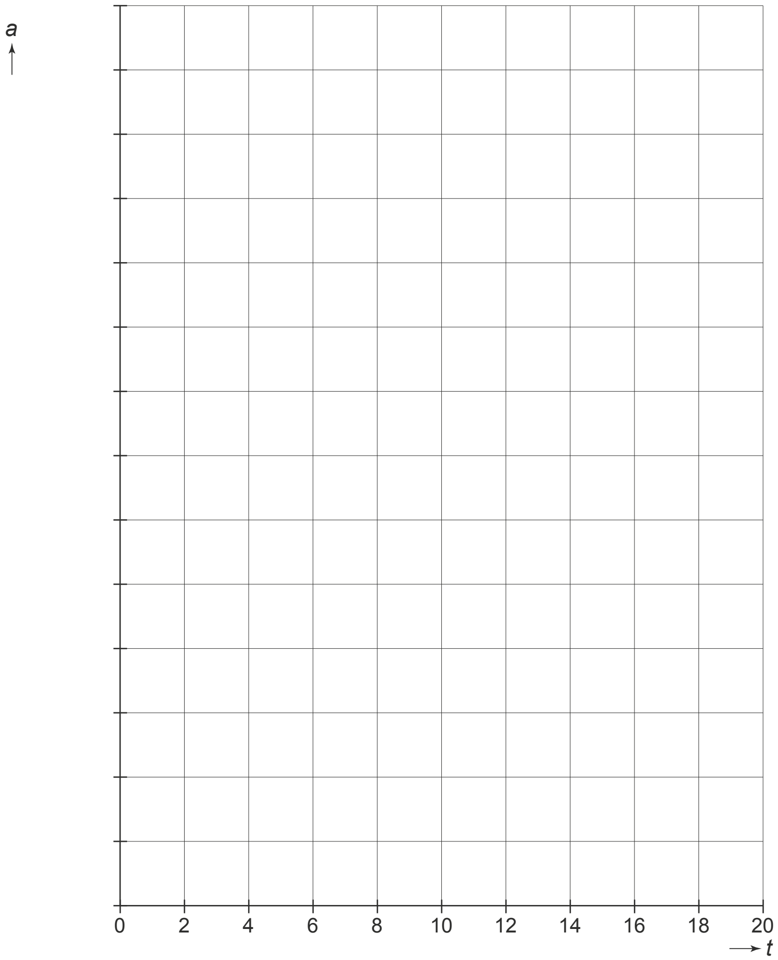
Volgens deskundigen neemt het aantal vliegenzwammen exponentieel af.
De formule die hierbij hoort is
$a = 110\,000 \times 0{,}94^t$

Hierin is *a* het aantal vliegenzwammen en *t* het aantal jaren na 1999.

1p **2** Met hoeveel procent per jaar neemt het aantal vliegenzwammen volgens deze formule af?

5p **3** Hieronder staan een tabel en een assenstelsel getekend.
→ Teken in het assenstelsel de grafiek die bij de formule hoort. Vul eerst de tabel in. Maak zelf een juiste verdeling bij de verticale as.

t (aantal jaren na 1999)	0	4	8	12	16	20
a (aantal vliegen-zwammen)						



4p **4** De langsteelfranjehoed is een paddenstoel die steeds meer voorkomt.

In 1999 werden er daarvan 21 000 geteld. In 2015 was dat aantal 27 000. Volgens deskundigen is deze stijging lineair.

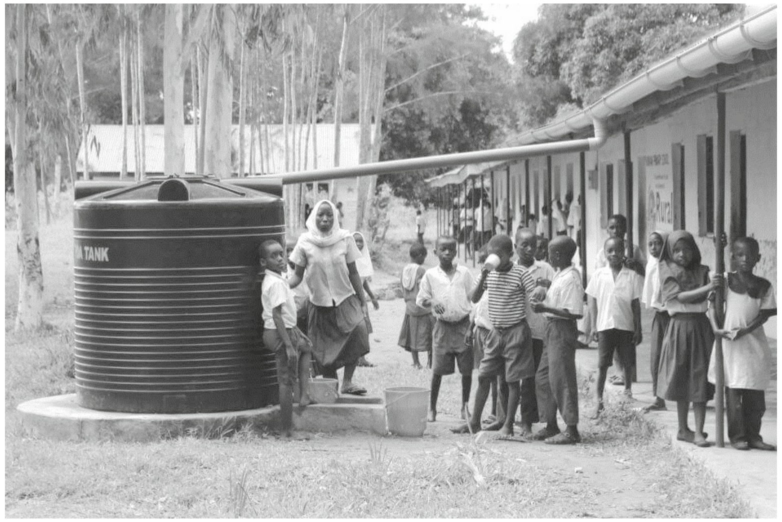
→ Geef een formule die bij deze stijging hoort. Gebruik *a* voor het aantal paddenstoelen en *t* voor het aantal jaren na 1999.

Watertank

De hoeveelheid regen die valt, wordt gemeten in mm.

2p **5** Er valt 1 mm regen op een plat dak met een oppervlakte van 1 m^2.
→ Laat met een berekening zien dat er dan 1 liter regen op dit dak is gevallen.

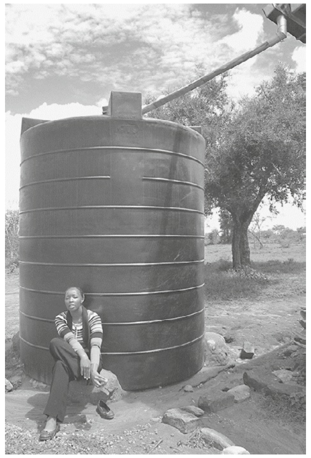
Scholen in Kenia hebben vaak geen waterleiding, daarom vangen ze het regenwater op in een watertank.
Op de foto zie je een watertank bij een school in Kenia. Het water loopt vanaf het dak van de school via een regenpijp in de watertank.



De oppervlakte van het platte dak waar het regenwater op valt, heeft de vorm van een rechthoek. De maten van de rechthoek zijn 4,5 m bij 14 m. Per jaar valt er in dit gebied gemiddeld 839 mm regen.

2p **6** Bereken hoeveel liter regenwater opgevangen wordt in één jaar.

De school krijgt er nog een watertank bij. Op de foto zie je deze watertank.



Deze watertank heeft de vorm van een cilinder, een straal van 1,10 m en een inhoud van 10 000 liter.

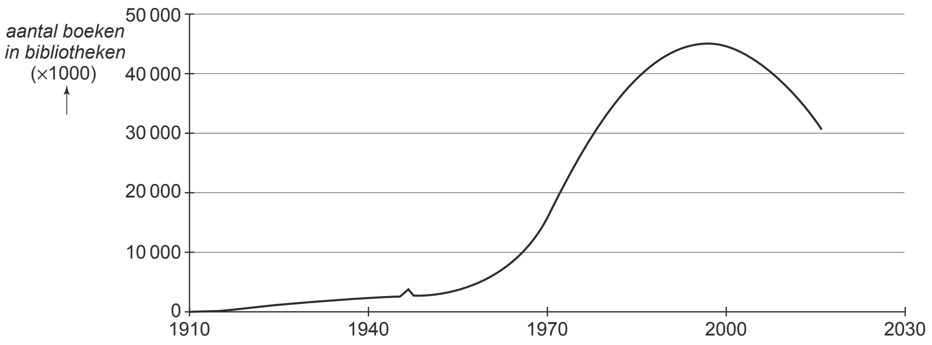
4p **7** Bereken hoeveel meter de hoogte van deze watertank is. Rond je antwoord af op twee decimalen.

Kunststof watertanks zijn er met verschillende inhouden. Op de foto is de watertank rechts een vergroting van de watertank links. Allebei de watertanks hebben de vorm van een cilinder.

3p **8** De straal van de kleine watertank is 6 dm. De straal van de grote watertank is 12 dm.
De inhoud van de grote watertank is 15 000 liter.
→ Bereken de inhoud van de kleine watertank.

Bibliotheken

Alle bibliotheken in Nederland hebben samen veel boeken. Tot de jaren 90 nam het aantal boeken toe, daarna nam het aantal boeken weer af. In de grafiek hieronder zie je het verloop van dit aantal.



Vanaf 1970 benaderen we het aantal boeken in alle bibliotheken samen in Nederland met de formule

$A = -40t^2 + 2160t + 15840$

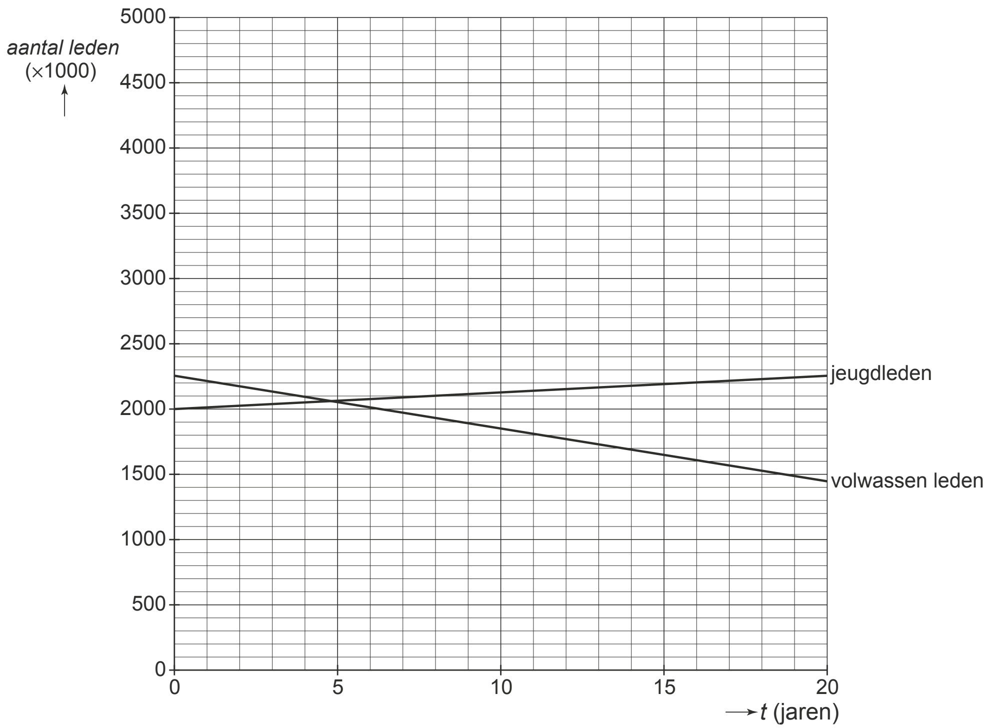
Hierin is A het aantal boeken (x 1000) en t de tijd in jaren met $t = 0$ op 1 januari 1970.

3p **9** Laat met een berekening zien dat er volgens de formule op 1 januari 1988 afgerond 42 miljoen boeken waren.

4p **10** Op 1 januari 2016 was de verhouding tussen het aantal jeugdboeken en het aantal boeken voor volwassenen 9 : 11.
→ Bereken hoeveel miljoen jeugdboeken er op 1 januari 2016 waren.

4p **11** Op 1 januari van welk jaar was volgens de formule het aantal boeken maximaal?

Van de bibliotheek kun je lid worden. Het aantal jeugdleden van alle bibliotheken samen in Nederland is de afgelopen jaren lineair gestegen. Het aantal volwassen leden is lineair gedaald. In de grafiek hieronder zie je het verloop van het aantal volwassen leden en jeugdleden.
Hierbij is t in jaren met $t = 0$ op 1 januari 1999.

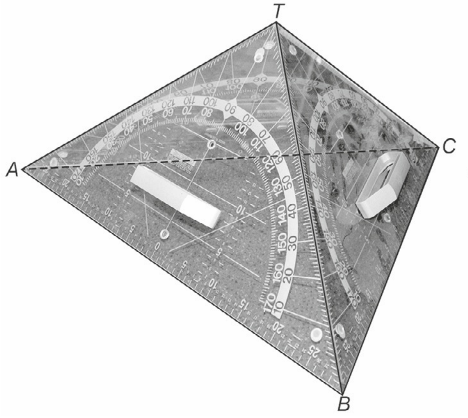


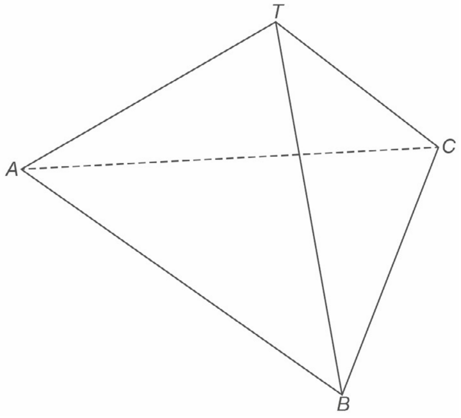
3p **12** Teken de grafiek van het **totaal** aantal leden vanaf 1999 erbij. Je mag de tabel hieronder gebruiken.

t (jaren)	0	5	10	15	20
jeugdleden (× 1000)					
volwassen leden (× 1000)					
totaal aantal leden (× 1000)					

Piramide van geodriehoeken

Madelon heeft drie even grote bordgeodriehoeken schuin tegen elkaar gezet zodat er een piramide wordt gevormd. Op de foto zie je deze piramide van geodriehoeken met de letters *A*, *B*, *C* bij de hoekpunten en bij de top de letter *T*. Een schematische tekening staat ernaast.
Er geldt: *AB* = *BC* = *AC* = 58 cm.





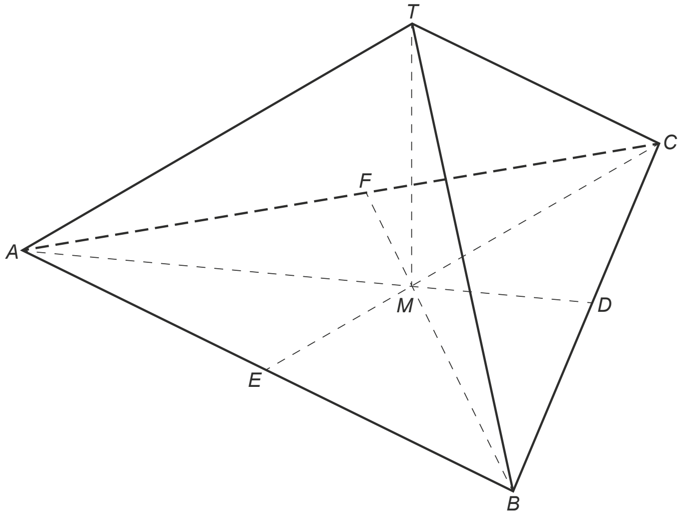
Elke geodriehoek heeft de vorm van een gelijkbenige, rechthoekige driehoek.

4p **13** Bereken hoeveel cm de lengte van *AT* is.

3p **14** Teken het grondvlak *ABC* op schaal 1 : 10.

3p **15** De hoogtelijn uit hoekpunt *C*, in het grondvlak *ABC*, snijdt *AB* in punt *E*.
→ Laat met een berekening zien, zonder te meten, dat de lengte van *CE* afgerond 50,2 cm is.

M is het snijpunt van de hoogtelijnen van driehoek *ABC* en ligt precies onder de top *T* van de piramide. De lengte van *TM* is 23,7 cm. De lengte van *CM* is 2 keer zo lang als *EM*.



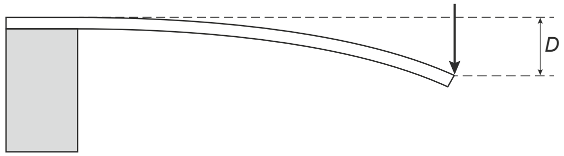
4p **16** Bereken hoeveel graden hoek *C* is in driehoek *TCM*.

Duikplank

Als er een persoon op het uiteinde van een duikplank staat, buigt deze plank altijd een beetje door. Voor een bepaald type duikplank kun je het aantal cm dat de duikplank doorbuigt, berekenen met de formule

$$D = \frac{L^3 \times G}{40}$$

Hierbij is *D* het aantal cm dat de duikplank doorbuigt, *G* het gewicht van de persoon op het uiteinde van de duikplank in kg en *L* de lengte van de duikplank in m.



1p **17** Thijs gaat op het uiteinde van een duikplank met een lengte van 1,50 m staan. Hij weegt 53 kg.
→ Laat met een berekening zien dat de duikplank afgerond 4,5 cm doorbuigt.

3p **18** Volgens de fabrikant van duikplanken mag een duikplank met een lengte van 3 m niet meer dan 70 cm doorbuigen.
→ Bereken in hele kg het maximale gewicht van een persoon die nog op het uiteinde van de duikplank mag staan.

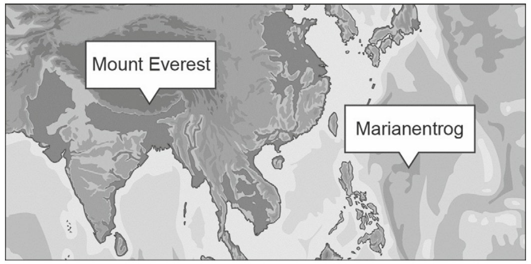
3p **19** Als de lengte van een duikplank twee keer zo groot wordt, hoeveel keer zo ver buigt deze duikplank dan door volgens de formule? Schrijf op hoe je aan je antwoord komt.

2p **20** Voor een duikplank met een lengte van 2 m kun je de formule

$D = \frac{L^3 \times G}{40}$ ook schrijven in de vorm $D = a \times G$.

→ Bereken welk getal a dan is.

Mount Everest

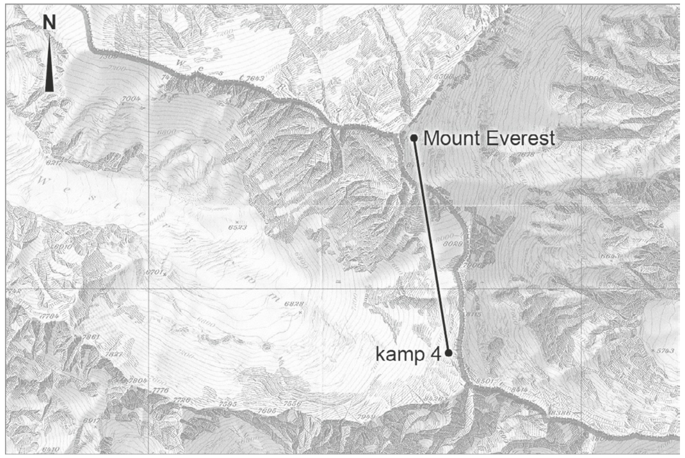


De top van de berg Mount Everest is met 8848 m boven zeeniveau het hoogste punt van de wereld. Het laagste punt van de wereld is de Marianentrog en ligt 11 034 m onder zeeniveau.

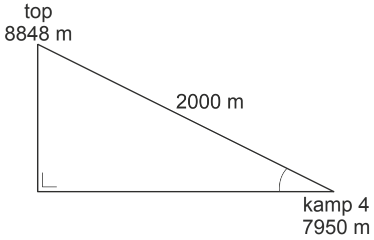
1p **21** Hoeveel meter verschil zit er tussen het hoogste en het laagste punt ter wereld?

3p **22** In de lucht op de top van de Mount Everest zit weinig zuurstof. Tot nu toe slaagden er 193 bergbeklimmers in om de top te bereiken zonder extra zuurstof. Dit is 2,7% van alle beklimmers van deze berg.
→ Bereken het totaal aantal beklimmers van de Mount Everest.

1p **23** Hieronder staat een kaart met daarop de Mount Everest. De eerste beklimmer van de Mount Everest was Edmund Hillary samen met de Nepalees Tenzing Norgay. Bij het laatste rustpunt, kamp 4, kon Hillary de top goed zien. De richting naar de top is op de kaart getekend.
→ Hoeveel graden is de koershoek van kamp 4 naar de top?



4p **24** Kamp 4 ligt op 7950 m hoogte. De klimafstand vanaf kamp 4 tot aan de top is 2000 m.



→ Bereken de aangegeven hellingshoek.

Hints bij examen 2019-I

1 De afname in procenten bereken je met $\frac{\text{nieuw aantal} - \text{oud aantal}}{\text{oud aantal}} \times 100\%$.
2 Gebruik de groeifactor.
3 Vul eerst de tabel in. Kies dan een handige verdeling voor de verticale as.
4 De stijging is lineair. Je hebt dus een beginwaarde en een hellingsgetal nodig.
5 Reken gelijk in decimeters. 1 liter = 1 dm^3.
6 Reken gelijk in decimeters. 1 liter = 1 dm^3.
7 Het grondvlak van een cilinder is een cirkel. Reken gelijk in decimeters. 1 liter = 1 dm^3.
8 De vergrotingsfactor is 2. Met welke factor moet de inhoud dan worden vermenigvuldigd?
9 Let op: je moet de uitkomst van A nog vermenigvuldigen met 1000.
10 Bereken eerst het totale aantal boeken en daarna het aantal jeugdboeken.
11 Uit de grafiek is af te lezen dat het maximum ligt in de buurt van het jaar 1997. Begin dus met invullen van $t = 25$.
12 De som van twee rechte lijnen is weer een rechte lijn. Je hebt daarom alleen de getallen aan het begin en het eind nodig. Lees deze getallen af uit de grafiek.
13 $AT = BT$ en hoek T is 90°. Gebruik de stelling van Pythagoras in driehoek ATB.
14 Op schaal is AB dan 5,8 cm. Gebruik een passer of teken hoeken van 60°.
15 $AE = EB$.
16 Bereken eerst CM met behulp van $CM = \frac{2}{3} EC$. Gebruik daarna een tangens.
17 Vul de gegeven getallen in.
18 Vul de bekende gegevens in en reken G uit.
19 Vervang L door $2L$ of vul twee lengtes in waarvan de ene twee keer zo groot is als de andere. Hoeveel keer neemt D dan toe?
20 Vul $L = 2$ in en vereenvoudig de breuk.
21 Bereken het verschil tussen 8848 boven zeeniveau en 11 034 onder zeeniveau.
22 Reken eerst 1% uit.
23 Kijk nog even na wat een koershoek is.
24 Gebruik een sinus.

© ThiemeMeulenhoff

Uitwerkingen bij examen 2019-I

Paddenstoelen

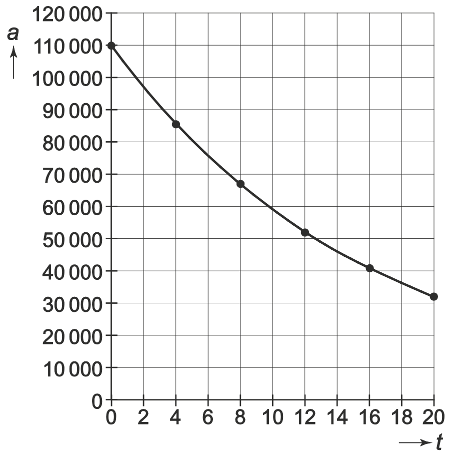
3p **1** In 2015 zijn er 110 000 – 41 000 = 69 000 vliegenzwammen minder. [1p]
De verandering in procenten is $\frac{41\,000 - 110\,000}{110\,000} \times 100\%$. [1p]
Dit geeft $\frac{-69\,000}{110\,000} \times 100\% = -62{,}727\ldots\%$.
Dit is negatief, dus een afname van 62,727… %; afgerond dus een afname van 63%. [1p]
De antwoorden 62,7 of 62,73 of nauwkeuriger zijn ook goed.

1p **2** De groeifactor is 0,94. Dit kun je schrijven als 1 – 0,06.
De afname is 6%. [1p]

5p **3** $t = 0$ geeft $a = 110\,000 \times 0{,}94^0 = 110\,000 \times 1 = 110\,000$
$t = 4$ geeft $a = 110\,000 \times 0{,}94^4 = 110\,000 \times 0{,}78\ldots = 85\,882{,}38\ldots$
$t = 8$ geeft $a = 110\,000 \times 0{,}94^8 = 67\,052{,}58\ldots$
$t = 12$ geeft $a = 110\,000 \times 0{,}94^{12} = 52\,351{,}23\ldots$
$t = 16$ geeft $a = 110\,000 \times 0{,}94^{16} = 40\,873{,}17\ldots$
$t = 20$ geeft $a = 110\,000 \times 0{,}94^{20} = 31\,911{,}68\ldots$
Dit geeft de volgende tabel met afgeronde getallen:
[2p, elke fout -1p]

t	0	4	8	12	16	20
a	110 000	85 882	67 053	52 351	40 873	31 912

Neem op de verticale as stappen van 10 000 [1p] *en zet de punten* [1p] *uit de tabel in het assenstelsel. Trek een vloeiende kromme* [1p] *door de punten. Dat geeft de volgende grafiek:*



© ThiemeMeulenhoff

4p **4** *Het hellingsgetal is de gemiddelde stijging per jaar.*
Vanaf 1999, dus t = 0 hoort bij 21 000 en t = 16 hoort bij 27 000.

Het hellingsgetal is $\frac{27\,000 - 21\,000}{16}$ [1p] = 375 [1p].

De beginwaarde is 21 000 [1p] bij $t = 0$.
De formule is $a = 21\,000 + 375t$. [1p]

Watertank

2p **5** 1 m = 10 dm. 100 mm = 1 dm, dus 1 mm = 0,01 dm. [1p]
De hoeveelheid regen is 1 mm × 1 m^2 = 0,01 dm × 10 dm × 10 dm = 1 dm^3 = 1 liter. [1p]

2p **6** *1 m = 10 dm. 100 mm = 1 dm.*
De hoeveelheid regen die wordt opgevangen in één jaar is 839 mm × 4,5 m × 14 m [1p] = 8,39 dm × 45 dm × 140 dm = 52 857 dm^3 = 52 857 liter [1p].

4p **7** De oppervlakte van het grondvlak is π × *straal*^{2}. De hoogte h is onbekend.
Invullen geeft: inhoud cilinder = π × 1,10 m × 1,10 m × h dm [1p] =
3,14… × 11 dm × 11 dm × h = 380,13… × h dm^3 [1p].
De inhoud is 10 000 liter (= 10 000 dm^3).

Er moet nu gelden: 380,13… × h = 10 000, dus $h = \frac{10\,000}{380{,}13\ldots}$ = 26,306… dm. [1p]

26,306… dm = 2,6306… m, afgerond op twee decimalen h = 2,63 m. [1p]

3p **8** De vergrotingsfactor is 12 : 6 = 2. [1p] De inhoud neemt dan met 2^3 = 8 keer toe. De inhoud van de grote watertank is dus 8 keer groter dan de inhoud van de kleine watertank.
De inhoud van de kleine watertank is dus $\frac{15\,000}{8}$ [1p] = 1875 liter [1p].

Bibliotheken

3p **9** 1988 – 1970 = 18, dus vul in t = 18. [1p]
$A = -40 \times 18^2 + 2160 \times 18 + 15\,840 = -40 \times 324 + 38\,880 + 15\,840 = 41\,760$. [1p]
Dit moet je nog met 1000 vermenigvuldigen.
Het aantal boeken op 1 januari 1988 is dan 41 760 × 1000 = 41 760 000.
Dit is afgerond 42 miljoen. [1p]

4p **10** 2016 – 1970 = 46, dus vul in t = 46. [1p]
$A = -40 \times 46^2 + 2160 \times 46 + 15\,840 = -40 \times 2116 + 99\,360 + 15\,840 = 30\,560$.
Het totale aantal boeken op 1 januari 2016 is dan 30 560 000. [1p]

$\frac{9}{20}$ deel hiervan zijn jeugdboeken. [1p]

Het totale aantal jeugdboeken op 1 januari 2016 is dan $\frac{9}{20}$ × 30 560 000 = 13 752 000, dus afgerond 14 miljoen jeugdboeken. [1p]
De antwoorden 13,8 miljoen of 13,75 miljoen of nauwkeuriger zijn ook goed.

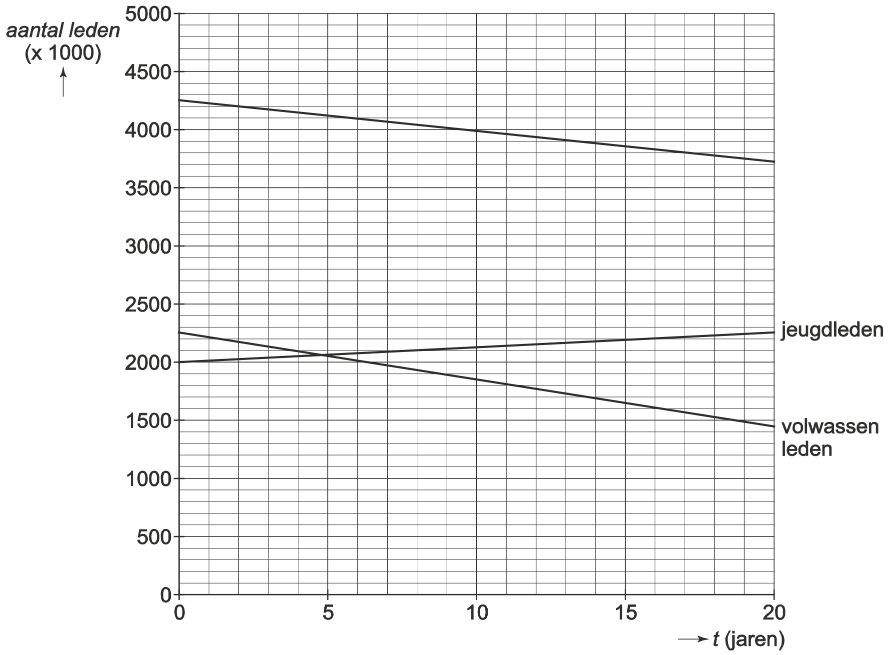
© ThiemeMeulenhoff

4p **11** *Vul in: t = 26, 27, 28 en kijk naar het aantal boeken.*
$t = 26$ geeft $A = -40 \times 26^2 + 2160 \times 26 + 15\,840 = -40 \times 676 + 56\,168 + 15\,840 = 44\,960$. [1p]
$t = 27$ geeft $A = -40 \times 27^2 + 2160 \times 27 + 15\,840 = -40 \times 729 + 58\,320 + 15\,840 = 45\,000$. [1p]
$t = 28$ geeft $A = -40 \times 28^2 + 2160 \times 28 + 15\,840 = -40 \times 784 + 60\,480 + 15\,840 = 44\,960$. [1p]
Na t = 27 daalt het aantal boeken weer.
Het aantal boeken was maximaal bij t = 27; dat is dus op 1 januari 1997 (= 1970 + 27). [1p]

3p **12** *Je hoeft alleen het beginpunt* [1p] *en het eindpunt* [1p] *van de somgrafiek te weten. De somgrafiek is immers weer een rechte lijn* [1p]. *Bereken als controle toch nog een tussenliggend punt, bijvoorbeeld voor t = 5. De aantallen kun je aflezen uit de grafiek.*

t	0	5	10	15	20
jeugdleden	2000	2050			2250
volwassen leden	2250	2050			1450
totaal aantal leden	4250	4100			3700

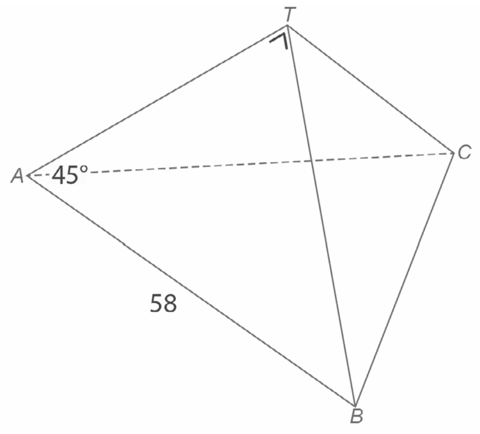
Teken nu de grafiek.



© ThiemeMeulenhoff

Piramide van geodriehoeken

4p **13**

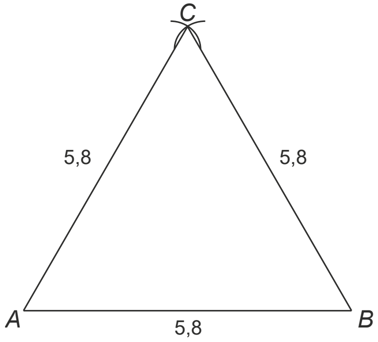


1e manier (met Pythagoras)
In de rechthoekige driehoek *ATB* is hoek *ATB* = 90°, *AB* = 58 cm en *BT* = *AT*.
Volgens de stelling van Pythagoras in deze driehoek geldt: $BT^2 + AT^2 = AB^2$.
Invullen geeft: $AT^2 + AT^2 = 58^2$ [1p], dus $2AT^2 = 3364$ [1p].
Dat geeft $AT^2 = 1682$ [1p] en dus $AT = \sqrt{1682} = 41{,}012...$; afgerond *AT* = 41 cm [1p].
De antwoorden 41,0 of 41,01 of nauwkeuriger zijn ook goed.

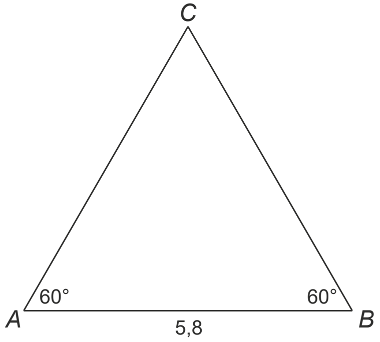
2e manier (met een cosinus)
In de rechthoekige driehoek *ATB* is hoek *TAB* = 45° [1p], hoek *ATB* = 90° en *AB* = 58 cm.
Er geldt nu cos (hoek *TAB*) = $\frac{AT}{AB}$. [1p] Invullen geeft cos 45° = $\frac{AT}{58}$ [1p], dus
AT = 58 × cos 45° = 58 × 0,7071... = 41,012...; afgerond *AT* = 41 cm [1p].
De antwoorden 41,0 of 41,01 of nauwkeuriger zijn ook goed.

3p **14** *Omdat de schaal 1 : 10 is, wordt AB = 5,8 cm.*

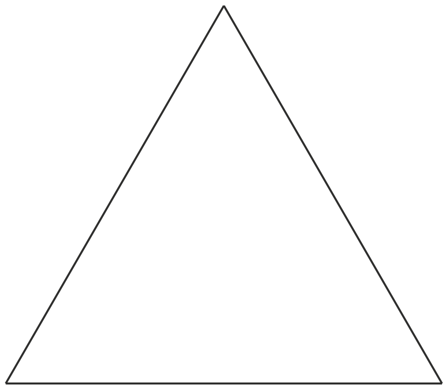
1e manier (met passer)
Teken eerst AB = 5,8. [1p]
Cirkel dan de stukken AC en BC (elk 5,8 cm) om met de passer. [1p]



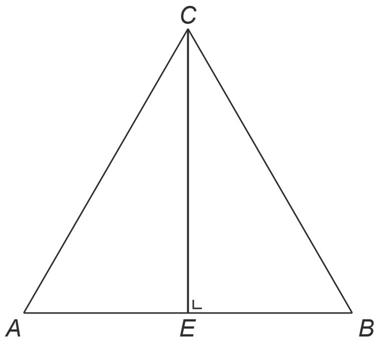
2e manier (met hoeken)
Teken eerst AB = 5,8. [1p]
Teken nu in de hoekpunten A en B hoeken van 60°. [1p] *Het snijpunt van de benen is C.*



Dat geeft de volgende tekening van grondvlak ABC op schaal 1 : 10. [1p] *Omdat het grondvlak een gelijkzijdige driehoek is, maakt het niets uit waar je de letters zet. Je kunt de letters daarom weglaten.*



3p **15** *Trek CE loodrecht op AB.*
Omdat driehoek ACB gelijkzijdig is, geldt AE = EB en zijn alle hoeken 60°.



1e manier (met Pythagoras)
In de rechthoekige driehoek *CEB* is *EB* = 0,5 × 58 = 29 cm [1p] en *BC* = 58 cm.
Volgens de stelling van Pythagoras in deze driehoek geldt: $CE^2 + EB^2 = BC^2$.
Invullen geeft: $CE^2 + 29^2 = 58^2$, dus $CE^2 = 3364 - 841 = 2523$. [1p]
Dat geeft $CE = \sqrt{2523} = 50{,}22...$; dus afgerond 50,2 cm. [1p]

2e manier (met een sinus)
In de rechthoekige driehoek *CEB* is *EB* = 0,5 × 58 = 29 cm [1p] en hoek *EBC* = 60°.
In de rechthoekige driehoek *CEB* geldt: sin (hoek *EBC*) = $\frac{EC}{BC}$. [1p]
Invullen geeft: sin 60° = $\frac{EC}{58}$, dus *EC* = 58 × sin 60° = 58 × 0,8660... = 50,22...;
afgerond *CE* = 50,2 cm. [1p]

4p **16** $CM = \frac{2}{3} \times 50{,}2 = 33{,}466...$ cm. [1p]
In de rechthoekige driehoek *TMC* geldt: tan (hoek *C*) = $\frac{TM}{MC}$. [1p]
Invullen geeft: tan (hoek *C*) = $\frac{23{,}7}{33{,}466...}$ [1p] (= 0,7081...). hoek *C* = 35,304...°;
afgerond 35°. [1p]

De antwoorden 35,3° of 35,30° of nauwkeuriger zijn ook goed.

Duikplank

1p **17** $D = \dfrac{1{,}5^3 \times 53}{40} = \dfrac{178{,}875}{40} = 4{,}47\ldots$ cm. Afgerond is dit 4,5 cm. [1p]

3p **18** Invullen geeft: $70 = \dfrac{3^3 \times G}{40}$ [1p], dus $70 \times 40 = 27G$ en $G = \dfrac{2800}{27} = 103{,}70\ldots$ kg [1p].
Bij een groter gewicht buigt de duikplank verder door.
Het maximale gewicht van de persoon is dus afgerond naar beneden 103 kg. [1p]

3p **19** *1^e manier (vervang L door 2L)*
Bij een lengte L is $D = \dfrac{L^3 \times G}{40}$ cm. Bij een lengte $2L$ is $D = \dfrac{(2L)^3 \times G}{40}$ cm.
Dit kun je schrijven als $\dfrac{8L^3 \times G}{40}$ of als $8 \times \dfrac{L^3 \times G}{40}$.
Dus D wordt 8 keer zo groot. [2p] De duikplank buigt 8 keer zo ver door. [1p]

2^e manier (met een getallenvoorbeeld)
Neem bijvoorbeeld $L = 1$ en $L = 2$.
$L = 1$ geeft $D = \dfrac{1 \times G}{40}$. [1p]
$L = 2$ geeft $D = \dfrac{8 \times G}{40}$. [1p]
Dus D wordt 8 keer zo groot. De duikplank buigt 8 keer zo ver door. [1p]

2p **20** Invullen van $L = 2$ geeft $D = \dfrac{2^3 \times G}{40}$. [1p] Dit kun je schrijven als $\dfrac{8 \times G}{40}$ of als $\dfrac{1}{5} \times G$.
Dus $a = \dfrac{1}{5}$ (of 0,2). [1p]

Mount Everest

1p **21** Het verschil tussen 8848 m boven zeeniveau en 11 034 m onder zeeniveau is 11 034 + 8848 = 19 882 m. [1p]

3p **22** *Maak een verhoudingstabel.*

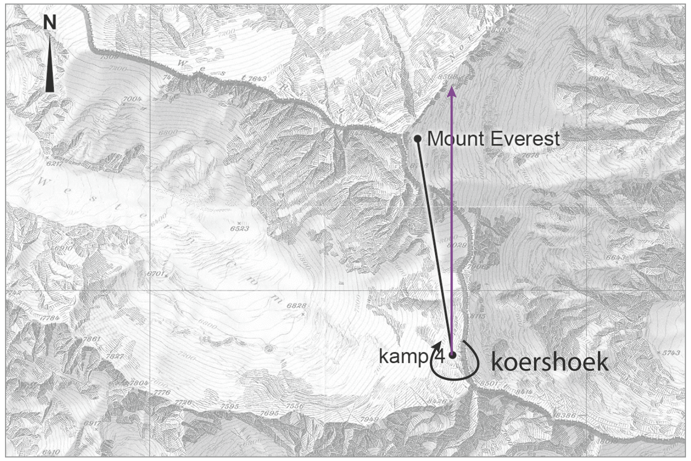
: 2,7 × 100

procent	2,7	1	100
aantal	193	193 : 2,7 = 71,481…	71,481… × 100 = 7148,1… [2p]

: 2,7 × 100

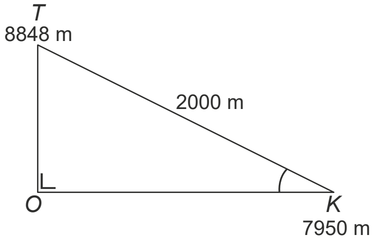
Het totaal aantal beklimmers is 7148. [1p]

1p **23** *Meet de kleine hoek en trek de uitkomst van 360° af.*



De kleine hoek is 9°. De koershoek is 360° − 9° = 351°. [1p]
Alle antwoorden van 349° tot en met 353° zijn goed.

4p **24**



$OT = 8848 - 7950 = 898$. [1p]
In de rechthoekige driehoek TOK geldt: sin (hellingshoek) $= \dfrac{OT}{TK}$. [1p]
Invullen geeft: sin (hellingshoek) $= \dfrac{898}{2000} = 0{,}449$. [1p]
De hellingshoek is 26,679…°; afgerond 27°. [1p]
De antwoorden 26,7° of 26,68° of nauwkeuriger zijn ook goed.

Examen 2019-II

Konijnenhok

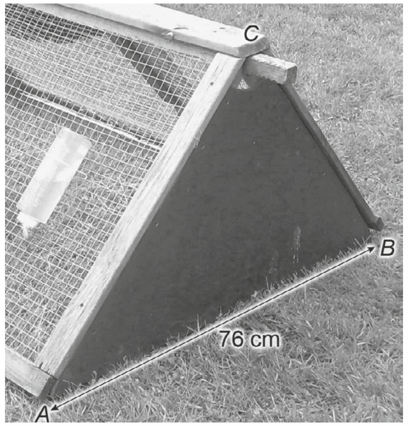
Je ziet op de foto een konijnenhok op een grasveld staan.

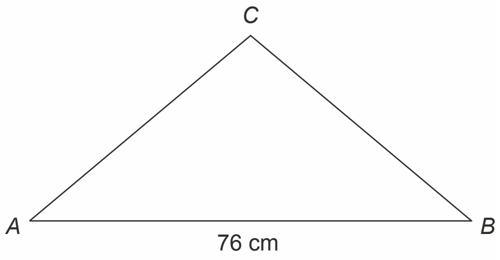
1p **1** Het konijnenhok heeft de vorm van een wiskundige ruimtefiguur.
→ Wat is de naam van deze wiskundige ruimtefiguur?

Met de dikte van de planken hoef je in deze opgave geen rekening te houden. Het konijnenhok is 2,28 m lang en 76 cm breed. Het konijn kan op $\frac{4}{5}$ deel van het hok gras eten.

3p **2** Op hoeveel m^2 kan het konijn gras eten? Rond je antwoord af op één decimaal.

De voor- en de achterkant van het konijnenhok hebben de vorm van een gelijkbenige driehoek. *AB* = 76 cm. Hoek *A* = hoek *B* = 40°.

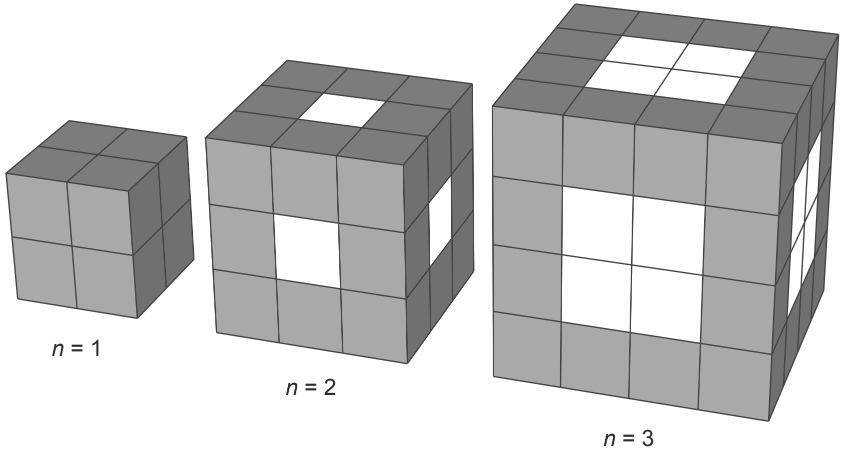




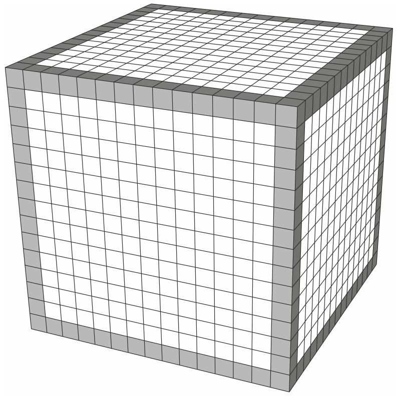
4p **3** Bereken, zonder te meten, hoeveel cm *AC* is.

Kubus

Elke kubus van een reeks bestaat uit witte en grijze kubusjes. De kubusjes op de randen en hoekpunten zijn grijs. De rest van elke kubus is gevuld met witte kubusjes. Nummer 1, 2 en 3 van de reeks zijn hieronder getekend.



2p **4** Nummer 14 van de reeks is hieronder getekend.
→ Hoeveel van deze kubusjes zijn grijs? Leg uit hoe je aan je antwoord komt.



2p **5** Hieronder staat in een tabel het aantal witte en grijze kubusjes van nummer 1, 2 en 3 van de reeks. In de tabel is ook aangegeven dat nummer 4 uit 81 witte kubusjes bestaat.
→ Vul de ontbrekende waarden in voor nummer 4.

nummer	1	2	3	4
aantal witte kubusjes	0	7	32	81
aantal grijze kubusjes	8	20	32	
totaal aantal kubusjes	8	27	64	

Tussen het aantal witte kubusjes *a* en het nummer *n* uit de reeks bestaat het volgende verband

$a = n^3 + 3n^2 - 9n + 5$

3p **6** Bereken wat het nummer is van de grootste kubus uit de reeks, die je kunt maken met 1000 witte kubusjes.

3p **7** Tussen het aantal grijze kubusjes en het nummer *n* uit de reeks bestaat een lineair verband.
→ Geef een formule die hoort bij dit verband.

Vulkaan

In 2010 kwam een vulkaan op IJsland tot uitbarsting. De vulkaan stootte heel veel as uit. De aswolk ging door de wind richting Amsterdam.

Hieronder zie je een kaart waarop de vulkaan en Amsterdam aangegeven zijn met een punt.

schaal 1 : 40 000 000

1p **8** Hoeveel graden is de koershoek van de vulkaan richting Amsterdam?

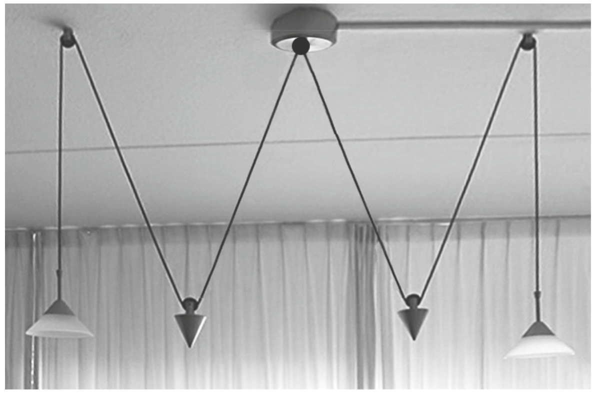
4p **9** De aswolk ging met een gemiddelde snelheid van 65 kilometer per uur richting Amsterdam.
→ Bereken hoeveel uur het duurde voordat de aswolk bij Amsterdam was.

3p **10** Door de aswolk was er in een groot deel van Europa 8 dagen een vliegverbod. De luchtvaartmaatschappijen hadden samen een verlies aan inkomsten van 1,26 miljard euro. Door niet te vliegen was er wel een besparing op brandstof van 100 miljoen euro per dag.
→ Hoeveel euro heeft het vliegverbod de luchtvaartmaatschappijen gekost? Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie.

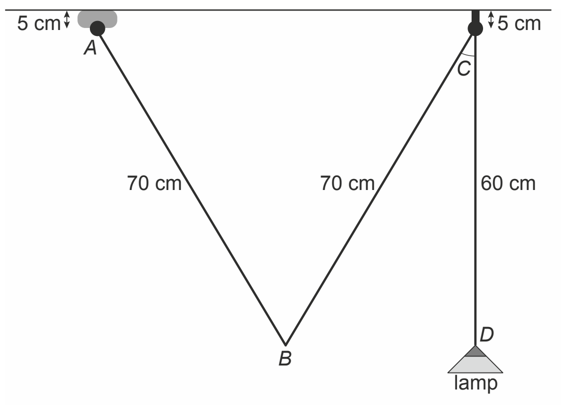
4p **11** Uit de vulkaan kwam gedurende 8 dagen ook een grote lavastroom met een hoeveelheid van 290 m^3 lava per seconde. IJsland heeft een oppervlakte van 100 000 km^2.
→ Bereken hoeveel mm de laag met lava zou zijn als de totale hoeveelheid lava heel IJsland gelijkmatig zou bedekken.

Hanglamp

Je ziet een foto van een hanglamp. Deze lamp is in hoogte te verstellen.



Hieronder zie je een tekening van het rechtergedeelte van de lamp. Het snoer in dit gedeelte heeft een lengte van 200 cm en loopt vanaf *A* via *B* en *C* naar *D*.

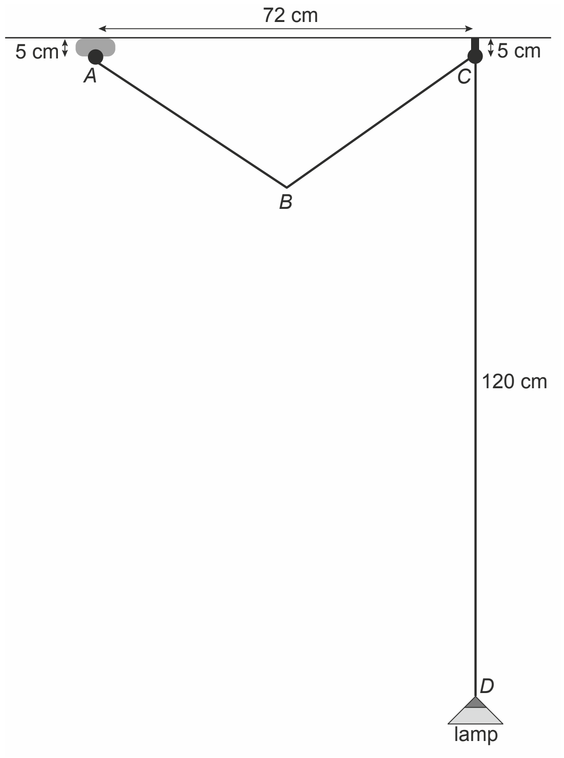


In deze tekening zit *A* op dezelfde hoogte als *C* en zit *B* op dezelfde hoogte als *D*. *D* ligt recht onder *C*.

4p **12** Laat met een berekening zien, zonder te meten, dat de afstand *AC* afgerond 72 cm is.

3p **13** Bereken hoeveel graden de aangegeven hoek *C* is.

De lamp wordt lager gehangen, de lengte van het snoer blijft gelijk. Nu is de afstand *CD* 120 cm. De afstand *AC* is 72 cm. *AB* is gelijk aan *BC*.

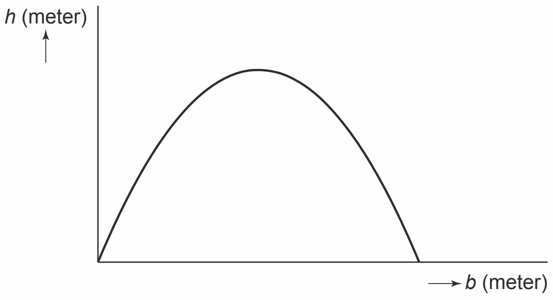


5p **14** Bereken in deze situatie, zonder te meten, hoeveel cm de afstand tussen *B* en het plafond is.

Trekkershut

Op de foto zie je een trekkershut voor vier personen op een camping.

De rand van de voorkant van de trekkershut heeft de vorm van een parabool. Hieronder zie je een assenstelsel met daarin deze parabool getekend.



De formule die bij deze parabool hoort is

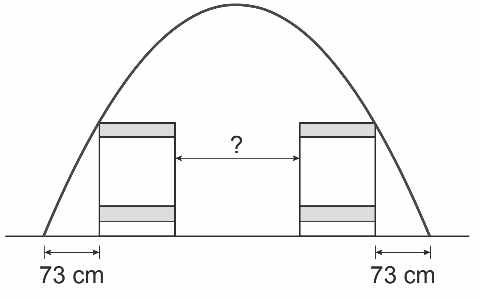
$h = -0{,}48b^2 + 2{,}4b$

Hierin is *h* de hoogte in meters en *b* de breedte in meters.

2p **15** Laat met een berekening zien dat volgens de formule de breedte van de trekkershut 5 meter is.

2p **16** Bereken hoeveel meter de hoogte van de trekkershut volgens de formule is.

2p **17** In zo'n trekkershut worden twee stapelbedden geplaatst. De stapelbedden hebben elk een breedte van 1 meter. Tussen de zijkant van de trekkershut en elk stapelbed zit 73 cm, zie de tekening.



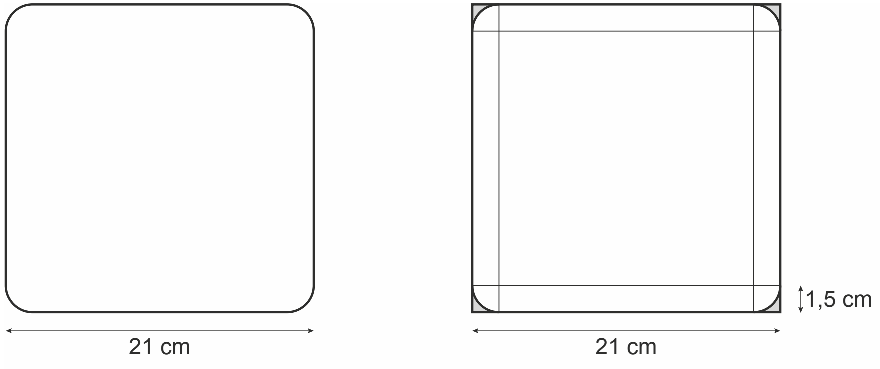
→ Bereken, zonder te meten, hoeveel cm de ruimte tussen de twee stapelbedden is.

2p **18** Op de foto zie je naast een trekkershut voor twee personen ook een verkleind hutje waarin de hond kan slapen. De afmetingen van het hondenhutje zijn 3 keer zo klein als de afmetingen van de trekkershut. De vloeroppervlakte van de trekkershut is 15 m^2.
→ Bereken hoeveel m^2 de vloeroppervlakte van het hondenhutje is.
Rond je antwoord af op twee decimalen.

Suikerbus

Op de foto zie je een suikerbus waarin zakjes suiker worden bewaard.

Het grondvlak van de suikerbus is een vierkant met afgeronde hoeken. De zijden van het vierkant zijn 21 cm. De afgeronde hoeken hebben de vorm van een kwartcirkel met een straal van 1,5 cm.

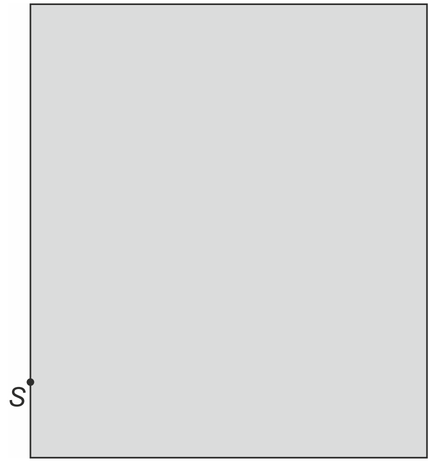


4p **19** Bereken hoeveel cm^2 de oppervlakte van het grondvlak van de suikerbus is.

Aan de voorkant van de suikerbus zit een klep die opengeklapt kan worden om de zakjes suiker eruit te pakken.

Als de klep helemaal openstaat, is de hoek tussen de klep en de suikerbus 50°.
De twee zijkanten van de klep zijn een deel van een cirkel met een straal van 10 cm.
De klep begint bij punt *S* op 4 cm hoogte. De hele suikerbus is 24 cm hoog.

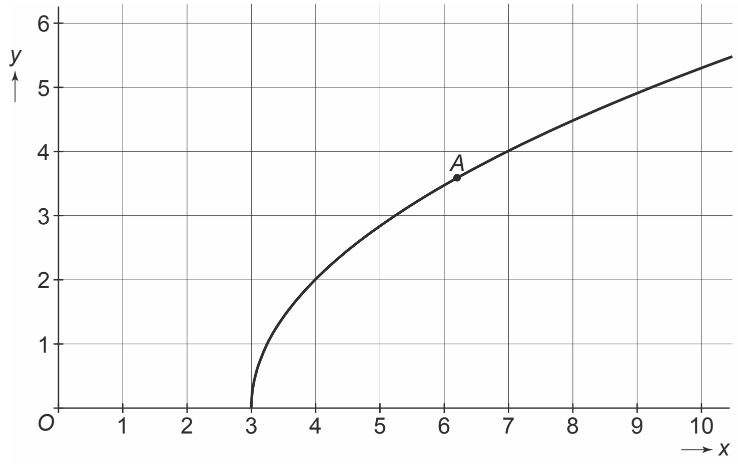
3p **20** Hieronder is het zijaanzicht van de suikerbus zonder de klep op schaal getekend.
→ Teken het zijaanzicht van de klep erbij.



3p **21** Bereken hoeveel cm^2 de oppervlakte van één zijkant van de klep is.

Wortelverband

In het assenstelsel is de grafiek van de formule $y = 2 \times \sqrt{(x-3)}$ getekend.



1p **22** De grafiek gaat door het punt *A* (6,2; 3,6). De *y*-coördinaat van punt *A* is afgerond op één decimaal.
→ Geef de *y*-coördinaat van punt *A* afgerond op twee decimalen.

2p **23** De grafiek gaat door het punt (*x*, 8).
→ Geef de *x*-coördinaat van dit punt.

3p **24** Lucy beweert dat je niet alle getallen voor *x* kunt invullen.
→ Heeft Lucy gelijk? Leg je antwoord uit.

4p **25** De gegeven formule $y = 2 \times \sqrt{(x-3)}$
$y = 2 \times \sqrt{(x-2)}$.
verandert in de nieuwe formule
→ Teken in het assenstelsel hierboven de grafiek die bij de nieuwe formule hoort.
Vul eerst de tabel hieronder in.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y											

Hints bij examen 2019-II

1 –

2 Bereken eerst de hele oppervlakte van het grondvlak.

3 Driehoek *ACB* is niet rechthoekig. Maak daarom een andere rechthoekige driehoek. Teken een hoogtelijn uit *C* op *AB*. Gebruik een cosinus.

4 Tel de hoekpunten apart. Op een rand zitten dan nog 13 grijze kubusjes. Ga na hoeveel randen er zijn en tel daarna nog het aantal hoekkubusjes erbij.

5 Bereken eerst het totale aantal kubusjes bij $n = 4$.

6 Probeer uit bij welk nummer de uitkomst voor *a* nog net onder de 1000 ligt. Begin met een gemakkelijk nummer, bijvoorbeeld $n = 10$.

7 Voor de formule heb je dus een hellingsgetal en een startgetal nodig. Het hellingsgetal is de toename per nummer (maak gebruik van de tabel).

8 Teken vanuit de vulkaan een lijn naar Amsterdam en een lijn naar het noorden. Meet nu de hoek tussen de lijnen.

9 Meet eerst de afstand op en gebruik de schaal om de afstand in cm te berekenen. Reken dit om in kilometers.

10 Schrijf miljoen en miljard als getal, dus bijvoorbeeld 1 miljoen is 1 000 000.

11 Reken eerst met meters. Reken aan het eind de hoogte om in millimeters.

12 Trek de hoogtelijn *BE* uit *B*. Dan is $BE = DC$.

13 Trek *BD* en gebruik een cosinus.

14 $AB = BC$ en $AB + BC + 120$ is 200 cm. Bereken met deze gegevens eerst *AB*. Trek de hoogtelijn *BE* uit *B*. Dan is $AE = EC$. Gebruik de stelling van Pythagoras.

15 Ga na of de parabool de *b*-as snijdt in $b = 5$ door 5 in te vullen in de formule.

16 De parabool is symmetrisch. Gebruik dat samen met het gegeven van vraag 15.

17 De totale breedte is 5 m en de breedte van elk bed is 1 m.

18 De vergrotingsfactor is 3. Wat gebeurt er dan met de oppervlakte?

19 Splits de oppervlakte van het grondvlak in vier kwartcirkels, een (binnen)vierkant en vier rechthoeken.

20 In het gegeven zijaanzicht ligt punt *S* op een hoogte van 1 cm. Wat is dus de schaal?

21 Bereken eerst de oppervlakte van de hele cirkel. Een hele cirkel is 360°.

22 Bereken opnieuw de *y*-coördinaat bij $x = 6{,}2$.

23 Vul in $y = 8$ en bereken *x*.

24 Mag er een negatief getal onder het wortelteken staan?

25 Teken de grafiek met behulp van de uitkomsten in de tabel.

© ThiemeMeulenhoff

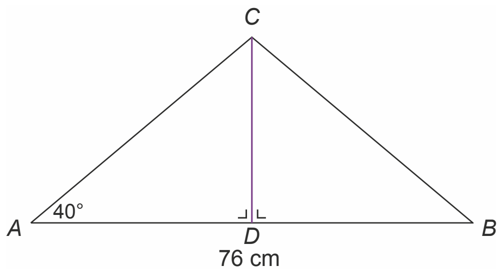
Uitwerkingen bij examen 2019-II

Konijnenhok

1p **1** Een prisma. [1p]

3p **2** *76 cm = 0,76 m.* [1p]
De oppervlakte van het grondvlak is 2,28 m × 0,76 m = 1,7328 m². [1p]
$\frac{4}{5}$ deel hiervan is $\frac{4}{5} \times 1{,}7328 = 1{,}38624$ m². Afgerond op één decimaal is dat 1,4 m². [1p]

4p **3** *Driehoek ACB is niet rechthoekig. Teken daarom eerst een hoogtelijn CD en bereken daarmee AC. Driehoek ACB is symmetrisch, dus AD = DB.*



In de rechthoekige gelijkbenige driehoek *ADC* is $AD = 0{,}5 \times 76 = 38$ cm [1p] en *hoek A* = 40°.
In deze driehoek geldt: $\cos(\text{hoek } A) = \frac{AD}{AC}$.
Invullen geeft: $\cos(40°) = \frac{38}{AC}$. [2p]
Dat geeft $AC \times \cos(40°) = 38$. $AC = \frac{38}{\cos(40°)} = \frac{38}{0{,}7660...} = 49{,}6056...$; afgerond 50 cm. [1p]
De antwoorden 49,6 of 49,61 of nauwkeuriger zijn ook goed.

Kubus

2p **4** Er zijn 8 grijze hoekkubusjes. Op elke rand zitten dan nog 13 grijze kubusjes.
Er zijn 12 randen. Dat geeft 12 × 13 = 156 grijze kubusjes. [1p]
Samen met de 8 hoekkubusjes zijn er dus 156 + 8 = 164 grijze kubusjes. [1p]

2p **5** *1e manier*
Het totale aantal kubusjes is 5 × 5 × 5 = 125. [1p] Er zijn dus 125 – 81 = 44 grijze kubusjes. [1p]

2e manier
Er zijn 8 grijze hoekkubusjes. Op elke rand zitten dan nog 3 grijze kubusjes.
Er zijn 12 randen. Dat geeft 12 × 3 = 36 grijze kubusjes.
Samen met de 8 hoekkubusjes zijn er dus 36 + 8 = 44 grijze kubusjes. [1p]
Er zijn in totaal 44 + 81 = 125 kubusjes. [1p]

3p **6** Bij $n = 10$ is het aantal witte kubusjes $10^3 + 3 \times 10^2 - 9 \times 10 + 5 = 1000 + 300 - 90 + 5 = 1215$. [1p] Je hebt 1000 witte kubusjes, dus daarvoor zijn er niet genoeg.
Bij $n = 9$ is het aantal witte kubusjes $9^3 + 3 \times 9^2 - 9 \times 9 + 5 = 729 + 243 - 81 + 5 = 896$. [1p]
Daarvoor zijn er dus wel genoeg witte kubusjes.
Het gevraagde nummer is $n = 9$. [1p]

© ThiemeMeulenhoff

3p **7**

nummer	1	2	3	4
aantal grijze kubusjes	8	20	32	

Per nummer neemt het aantal grijze kubusjes toe met 12 (zie tabel). Dit is het hellingsgetal. [1p]
De formule wordt dan a = 12n + begingetal. Bij n = 1 is a = 8.
Invullen geeft 8 = 12 × 1 + begingetal. Het begingetal is dus –4. [1p]
De formule luidt $a = 12n - 4$. [1p]

Vulkaan

1p **8** *De koershoek is de hoek tussen de richting en het noorden.*

Je meet een koershoek van 156°. [1p]
Alle antwoorden van 154° tot en met 158° zijn goed.

4p **9** *Meet eerst de afstand op de kaart van de vulkaan tot Amsterdam.*
De afstand op de kaart van de vulkaan tot Amsterdam is 4,9 cm. [1p]
Een afwijking van 0,2 cm is toegestaan.
In werkelijkheid is dat een afstand van 4,9 cm × 40 000 000 = 196 000 000 cm. [1p]
Dat is 1960 km. [1p] De gemiddelde snelheid is 65 km per uur.
De aswolk was na $\frac{1960}{65}$ = 30,15 uur bij Amsterdam; afgerond is dat na 30 uur. [1p]
Als je een andere afstand hebt gemeten en daarmee correct een tijd hebt berekend, dan is dat antwoord ook goed.

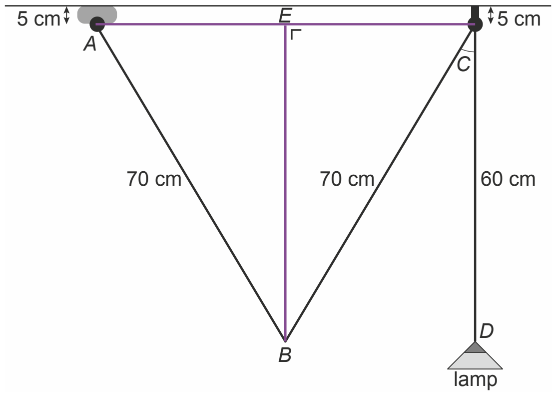
3p **10** 1,26 miljard = 1 260 000 000.
De brandstofbesparing is 8 × 100 miljoen euro = 800 000 000 euro. [1p]
Het verlies is dan 1 260 000 000 – 800 000 000 = 460 000 000 euro. [1p]
In de wetenschappelijke notatie is dat $4{,}6 \times 10^8$. [1p]

© ThiemeMeulenhoff

4p **11** 1 dag = 24 × 60 × 60 = 86 400 seconden.
De hoeveelheid lava is 8 × 86 400 × 290 m^3 = 200 448 000 m^3. [1p]
100 000 km^2 = 100 000 × 1000 × 1000 m^2 = 100 000 000 000 m^2. [1p]
De hoogte van de lavalaag zou dan zijn: $\frac{200\,448\,000}{100\,000\,000\,000}$ = 0,00200448 m. [1p]
In mm is dat 0,00200448 × 1000 mm = 2,00448 mm; afgerond 2 mm. [1p]
Een nauwkeuriger antwoord, bijvoorbeeld 2,004 mm, wordt ook goed gerekend.

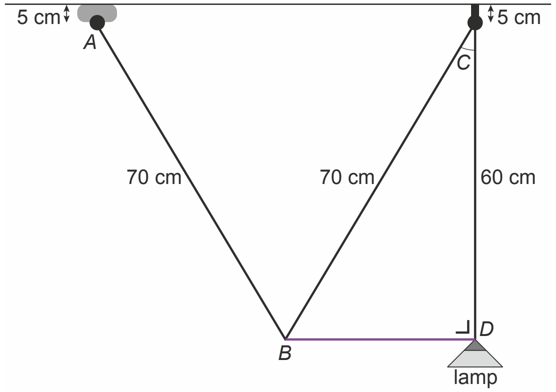
Hanglamp

4p **12** *Trek de hoogtelijn BE. Driehoek ABC is gelijkbenig, dus AE = EC.*



In de rechthoekige driehoek *BEC* is *BE* = 60 cm en *BC* = 70 cm.
Volgens de stelling van Pythagoras geldt in deze driehoek: $BE^2 + EC^2 = BC^2$. [1p]
Invullen geeft: $60^2 + EC^2 = 70^2$, dus $EC^2 = 70^2 - 60^2$. [1p]
Dat geeft $EC^2 = 1300$ en $EC = \sqrt{1300}$ = 36,0555… cm [1p]
AC is dan 36,0555… + 36,0555… = 72,1110… cm; afgerond 72 cm. [1p]

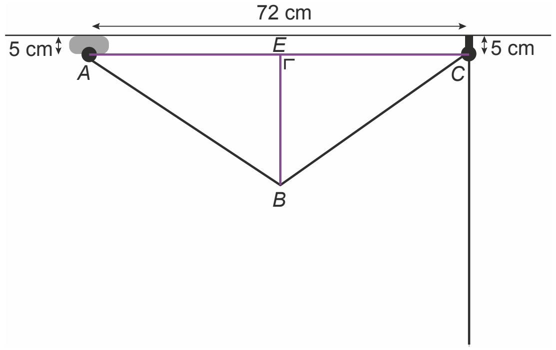
3p **13** *Trek BD.*



In de rechthoekige driehoek *BDC* geldt: cos (hoek *C*) = $\frac{DC}{BC}$. [1p]
Invullen geeft: cos (hoek *C*) = $\frac{60}{70}$ = 0,8571…. [1p]
Hoek *C* is dan 31,0027…°; afgerond 31°. [1p]
De antwoorden 31,0° of 31,00° of nauwkeuriger zijn ook goed.

© ThiemeMeulenhoff

5p **14** *Trek de hoogtelijn BE. AB = BC. Driehoek ABC is gelijkbenig, dus AE = EC.*



De lengte van het snoer is 200 cm. Voor $AB + BC$ blijft over 200 – 120 = 80 cm.

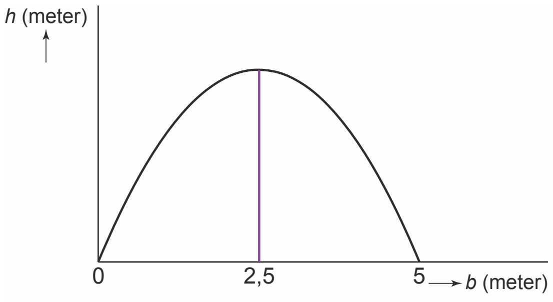
$AB = BC$, dus BC = 40 cm. [1p] $EC = \frac{72}{2}$ = 36 cm.

Volgens de stelling van Pythagoras geldt in de driehoek BEC: $BE^2 + EC^2 = BC^2$.
Invullen geeft: $BE^2 + 36^2 = 40^2$, dus $BE^2 = 40^2 - 36^2$. [1p]
Dat geeft $EB^2 = 304$ en $EB = \sqrt{304}$ [1p] = 17,4355… cm. [1p]
De afstand tot het plafond is dan 17,4355… + 5 = 22,4355… cm; afgerond 22 cm. [1p]
De antwoorden 22,4 of 22,44 of nauwkeuriger zijn ook goed.

Trekkershut

2p **15** *De suggestie wordt gegeven dat de parabool de b-as snijdt in b = 5.*
Vul $b = 5$ in de formule in: $h = -0{,}48 \times 5^2 + 2{,}4 \times 5 = -0{,}48 \times 25 + 12 = 0$. [1p]
Vul $b = 0$ in de formule in: $h = -0{,}48 \times 0^2 + 2{,}4 \times 0 = 0$.
De afstand tussen de twee snijpunten is 5.
Dus de breedte van de trekkershut is inderdaad 5 m. [1p]

2p **16** De parabool is symmetrisch. De top ligt dus bij b = 5 : 2 = 2,5. [1p]



Vul $b = 2{,}5$ in de formule in: $h = -0{,}48 \times (2{,}5)^2 + 2{,}4 \times 2{,}5 = -0{,}48 \times 6{,}25 + 6 = 3$. [1p]
De hoogte van de trekkershut is 3 m.

2p **17** *Reken meteen alle getallen om in cm.*
De totale breedte is 5 m = 500 cm. Elk bed is 100 cm breed. [1p]
De ruimte die overblijft is 500 – 73 – 73 – 100 – 100 = 500 – 346 = 154 cm. [1p]

2p **18** *Als de vergrotingsfactor 3 is, dan word de oppervlakte 3^2 (= 9) keer zo groot.*

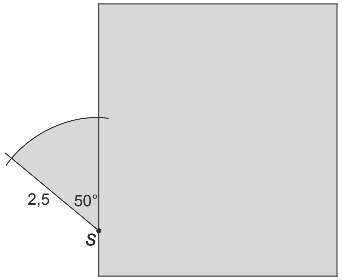
De oppervlakte van het hondenhutje is $\frac{15}{9}$ = 1,666… m^2. [1p]

Dit is afgerond op twee decimalen 1,67 m^2. [1p]

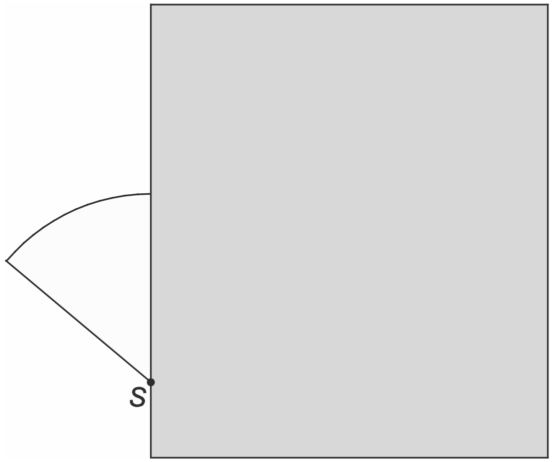
Suikerbus

4p **19** De vier kwartcirkels in de hoeken vormen samen een hele cirkel met straal 1,5 cm.
De oppervlakte van deze cirkel is $\pi \times (1{,}5)^2$ = 7,0685… cm^2. [1p]
Het (binnen)vierkant heeft een zijde van 21 – 1,5 – 1,5 = 18 cm.
De oppervlakte van dit vierkant is 18 × 18 = 324 cm^2. [1p]
De rechthoeken zijn elk 18 bij 1,5 cm.
De oppervlakte van de vier rechthoeken is 4 × 18 × 1,5 = 108 cm^2. [1p]
De totale oppervlakte van het grondvlak is 7,0685… + 324 + 108 = 439,0685… cm^2.
Afgerond dus 439 cm^2. [1p]
De antwoorden 439,0 of 439,07 of nauwkeuriger zijn ook goed.

3p **20** *In de figuur ligt het punt S op een hoogte van 1 cm. De schaal waarop je moet tekenen is dus 1 : 4. Begin met vanuit S een cirkelboog* [1p] *te tekenen met een straal van 2,5 cm.* [1p] *Teken dan een hoek van 50°* [1p] *met hoekpunt S en bepaal het snijpunt met de cirkelboog. Zie de figuur hiernaast (niet op schaal).*



Dat geeft het onderstaande zijaanzicht op schaal 1 : 4.



3p **21** Omdat een hele cirkel 360° is, is de oppervlakte van de zijkant het $\frac{50}{360}$ deel ervan. [1p]

De oppervlakte van de hele cirkel is $\pi \times (10)^2$ = 314,1592… cm^2. [1p]

De oppervlakte van de zijkant is $\frac{50}{360} \times$ 314,1592… = 43,6332… cm^2; afgerond 44 cm^2. [1p]

De antwoorden 43,6 of 43,63 of nauwkeuriger zijn ook goed.

Mount Everest

1p **22** Vul $x = 6{,}2$ in de formule in: $y = 2 \times \sqrt{(6{,}2 - 3)} = 2 \times 3{,}5777...$;
afgerond op twee decimalen $y = 3{,}58$. [1p]

2p **23** Vul $y = 8$ in de formule in: $8 = 2 \times \sqrt{(x - 3)}$. [1p]
Dat geeft $\sqrt{(x - 3)} = 4$; $x - 3 = 16$ en $x = 19$. [1p]

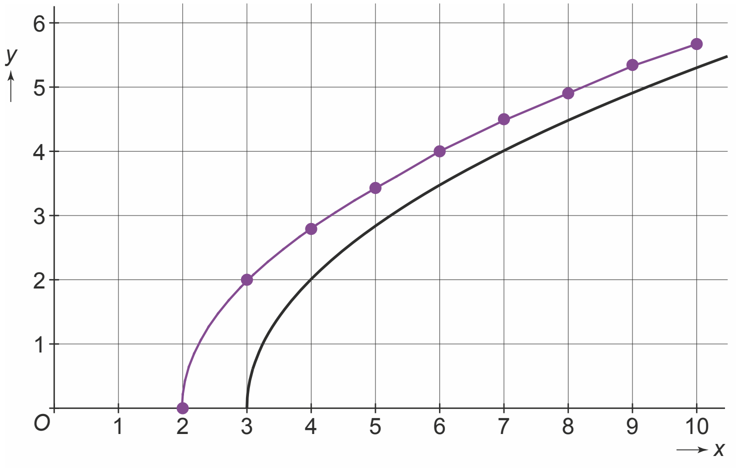
3p **24** *1e manier (met een voorbeeld)*
Vul bijvoorbeeld $x = 2$ in: $y = 2 \times \sqrt{(2 - 3)} = 2 \times \sqrt{(-1)}$. [1p]
Een negatief getal onder de wortel mag niet. [1p] Lucy heeft gelijk. [1p]

2e manier (algemene aanpak)
$(x - 3)$ staat onder het wortelteken. Dat moet gelijk zijn aan 0 of groter. [1p] Dus getallen lager dan 3 mag je niet invullen voor x. [1p] Lucy heeft gelijk. [1p]

4p **25** *Vul de x-waarden uit de tabel in de formule in.*
Vul $x = 2$ *in de formule in:* $y = 2 \times \sqrt{(2 - 2)} = 2 \times 0 = 0$
Vul $x = 3$ *in de formule in:* $y = 2 \times \sqrt{(3 - 2)} = 2 \times 1 = 2$
Vul $x = 4$ *in de formule in:* $y = 2 \times \sqrt{(4 - 2)} = 2 \times 1{,}414... = 2{,}828...$
Dat geeft de volgende ingevulde tabel: [2p, elke fout -1p]

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	---	---	0	2	2,8	3,5	4	4,5	4,9	5,3	5,7

Teken de punten in het assenstelsel. [1p] *Trek een vloeiende lijn door de punten.* [1p]



© ThiemeMeulenhoff

Oefenen met het examen van 2021-I.
De antwoorden en uitwerkingen vind je op mijn.examenbundel.nl.

Deel 2b

Examen zonder uitwerkingen

Bronvermelding
Een opsomming van de in dit examen gebruikte bronnen, zoals teksten en afbeeldingen, is te vinden in het bij dit examen behorende correctievoorschrift op mijn.examenbundel.nl.

Examen 2021-I

Zeppelin

Een zeppelin is een luchtschip dat gevuld is met gas, waardoor de zeppelin zweeft. Bij de eerste zeppelins kon het gas langzaam door de wand ontsnappen.

De zeppelin werd aan het begin van een reis gevuld met 120 000 m^3 gas. De formule die hoort bij de hoeveelheid gas in de zeppelin is

$$h = 120\,000 \times 0{,}98^t$$

Hierin is h de hoeveelheid gas in m^3 en t de tijd in dagen.

1p **1** Met hoeveel procent neemt het aantal m^3 gas per dag af?

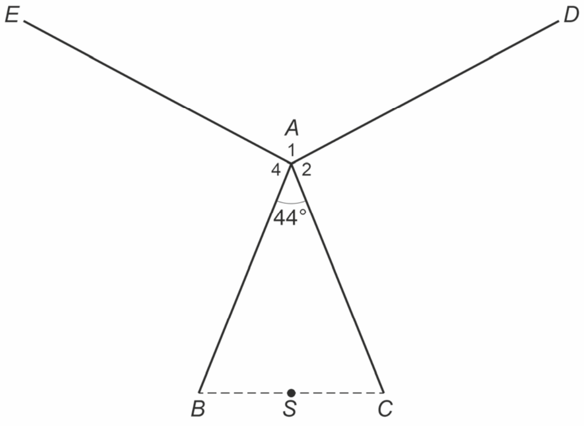
5p **2** Teken in het assenstelsel op de uitwerkbijlage de grafiek die bij de formule hoort. Vul eerst de tabel in, rond af op hele duizendtallen en maak zelf een juiste verdeling bij de verticale as.

3p **3** Bereken bij welke waarde van t in hele dagen de hoeveelheid gas in de zeppelin voor het eerst minder dan 95 000 m^3 is. Schrijf je berekening op.

3p **4** Een zeppelin vertrok op vrijdag 14 februari 1936 om 12.00 uur voor een reis van Hamburg naar New York. De aankomst in New York was op zondag 16 februari 1936 om 19.30 uur. In New York is het 6 uur vroeger dan in Hamburg. De afstand die de zeppelin aflegde is 6278 km.
→ Bereken de gemiddelde snelheid in km per uur van de zeppelin tijdens deze reis. Schrijf je berekening op.

Droogrek

Je ziet een foto en een schematische tekening van een droogrek.



Punt S ligt recht onder punt A en $BS = CS = 34$ cm.
Beantwoord de volgende vragen zonder te meten.

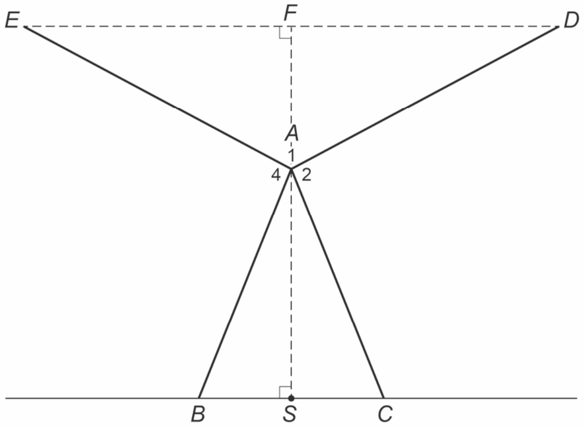
3p **5** Laat met een berekening zien dat AS afgerond 84 cm is.

3p **6** Bereken hoeveel cm AB is. Schrijf je berekening op en rond je antwoord af op hele cm.

Hoek $A_1 = 124°$. Hoek A_2 = hoek A_4.

2p **7** Bereken hoeveel graden hoek A_2 is. Schrijf je berekening op.

5p **8** $AD = AE = 110$ cm. In onderstaande tekening is te zien dat de hoogte van punt E gelijk is aan de lengte van FS.



→ Bereken de hoogte van punt E. Schrijf je berekening op.

Gasfles

Een lege gasfles weegt 10,6 kg. Als er 22 liter gas in de gasfles zit, is het totale gewicht van de gasfles 21,8 kg.

2p **9** Bereken hoeveel kg het gewicht van 1 liter gas is. Schrijf je berekening op en rond je antwoord af op één decimaal.

De inhoud van de gasfles is 27,5 liter. Voor de veiligheid wordt de gasfles met maximaal 22 liter gas gevuld.

2p **10** Bereken voor hoeveel procent de gasfles gevuld is als er 22 liter gas in de gasfles zit. Schrijf je berekening op.

Het gas wordt gebruikt voor de verwarming van een caravan. Op de uitwerkbijlage staat de lineaire grafiek die hoort bij het verband tussen het aantal branduren van de verwarming en de hoeveelheid gas die is verbruikt. Hierin kun je zien dat als de verwarming 11 uur brandt, er 20 liter gas verbruikt is.

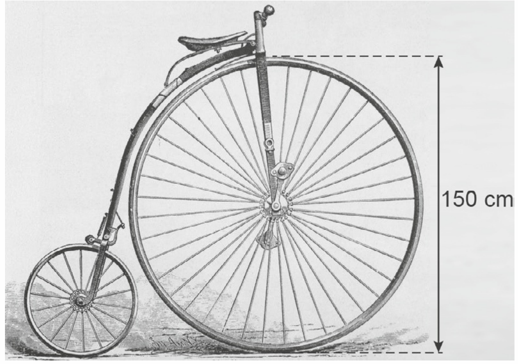
3p **11** Bereken na hoeveel branduren er 22 liter gas verbruikt is. Schrijf je berekening op en schrijf je antwoord zo op: … uur en … minuten.

3p **12** Stel de formule op die bij de grafiek hoort.

2p **13** Je kunt ook een grafiek tekenen van het verband tussen de hoeveelheid gas die nog in een gasfles zit en de branduren van de verwarming. De gasfles is met maximaal 22 liter gas gevuld.
→ Teken deze grafiek in het assenstelsel op de uitwerkbijlage.

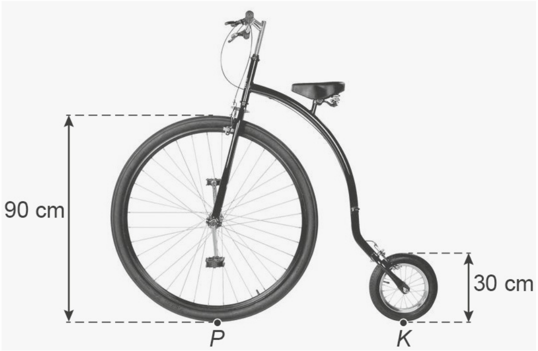
Fiets

Een van de eerste fietsen had een klein achterwiel en een groot voorwiel.



3p **14** De eerste tocht met deze fiets was over een afstand van 40 meter.
→ Hoeveel keer draaide het grote wiel tijdens deze tocht rond? Schrijf je berekening op.

Tegenwoordig is een moderne variant van deze fiets te koop.



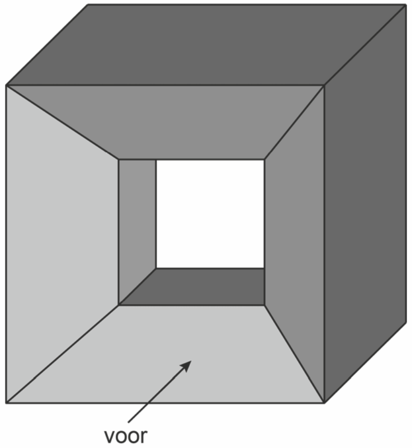
Het grote voorwiel van deze fiets heeft een diameter van 90 cm. Op het grote voorwiel is het punt *P* aangegeven. Op de uitwerkbijlage zie je de grafiek van de afgelegde afstand en de hoogte van punt *P* tijdens één omwenteling van het grote wiel.

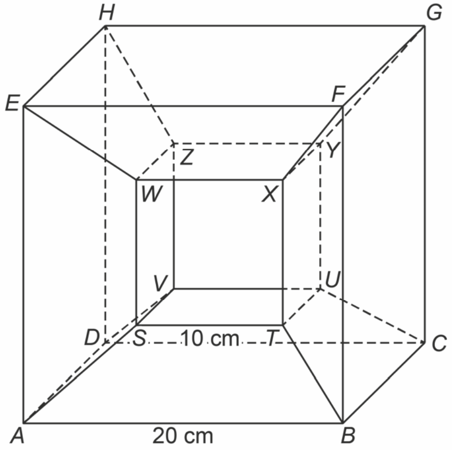
3p **15** Geef de coördinaten van de top van de grafiek die op de uitwerkbijlage staat. Schrijf je berekening op.

3p **16** Het kleine achterwiel heeft een diameter van 30 cm. Op het kleine achterwiel is het punt *K* aangegeven.
→ Teken in het assenstelsel op de uitwerkbijlage de grafiek van de afgelegde afstand en de hoogte van punt *K* tijdens één omwenteling van het grote voorwiel.

Kubuskunstwerk

Je ziet een kubuskunstwerk en rechts een schets van het kunstwerk.
In de schets zie je een kleine kubus in een grote kubus.



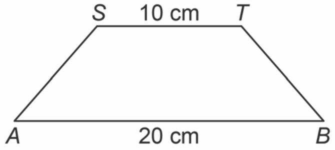


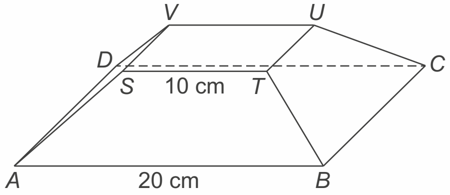
De ribben van de grote kubus zijn 20 cm en de ribben van de kleine kubus zijn 10 cm. De kleine kubus zit precies in het midden van de grote kubus. De lijnstukken *AB* en *ST* zijn evenwijdig.

3p **17** Teken het vooraanzicht van het kunstwerk op schaal 1 : 5.

5p **18** De lengte van *AS* is $\frac{1}{4}$ deel van de lengte van lichaamsdiagonaal *AG*.
→ Bereken hoeveel cm de lengte van *AS* is. Schrijf je berekening op.

Je ziet hieronder links het vlak *ABTS*. De afstand tussen de lijnstukken *AB* en *ST* is 7,1 cm.





4p **19** Bereken hoeveel graden hoek *B* in het vlak *ABTS* is. Schrijf je berekening op.

3p **20** Je ziet hierboven rechts de ruimtelijke figuur *ABCD STUV*. De grote kubus kan volledig worden gevuld met de kleine kubus samen met 6 van deze ruimtelijke figuren.
→ Bereken hoeveel cm^3 de inhoud van de ruimtelijke figuur *ABCD STUV* is. Schrijf je berekening op.

Loterij

Mees doet mee aan een loterij. Er is een hoofdprijs van 4,2 miljoen euro te winnen en een jackpotprijs waarbij je 30 jaar lang elke maand 10 000 euro krijgt.

2p **21** Bereken bij welke prijs je het meeste geld wint. Schrijf je berekening op.

Mees heeft de hoofdprijs van 4,2 miljoen euro gewonnen.

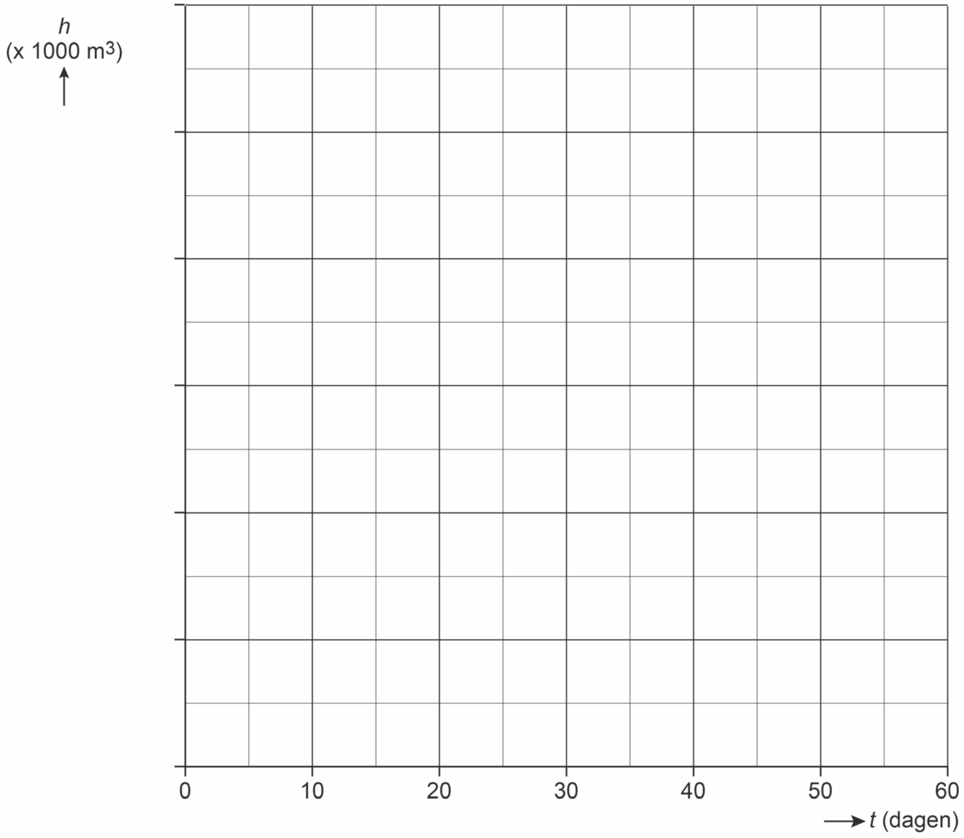
3p **22** Mees zet 2 500 000 euro op een beleggingsrekening. Na een jaar staat er nog 2 460 000 euro op deze rekening.
→ Bereken met hoeveel procent dit bedrag is gedaald. Schrijf je berekening op en geef je antwoord in één decimaal.

4p **23** Mees besluit om op 1 januari 2018 de 2 460 000 euro op een spaarrekening te zetten. Hij krijgt 0,12% rente per jaar.
→ Bereken op 1 januari van welk jaar er voor het eerst meer dan 2 500 000 euro op deze rekening staat. Schrijf je berekening op.

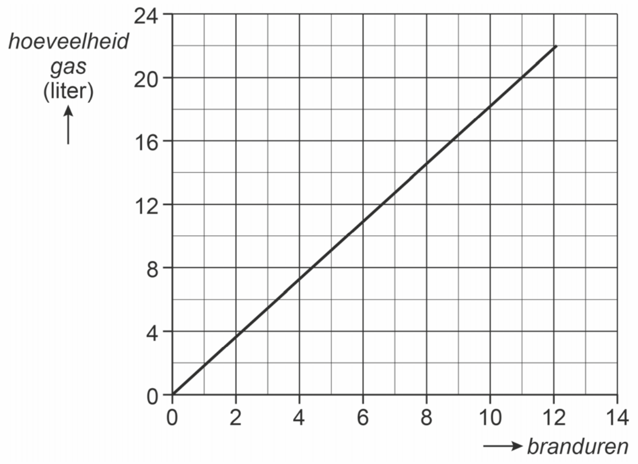
Uitwerkbijlage bij de vragen 2, 11, 12, 13, 15 en 16

2

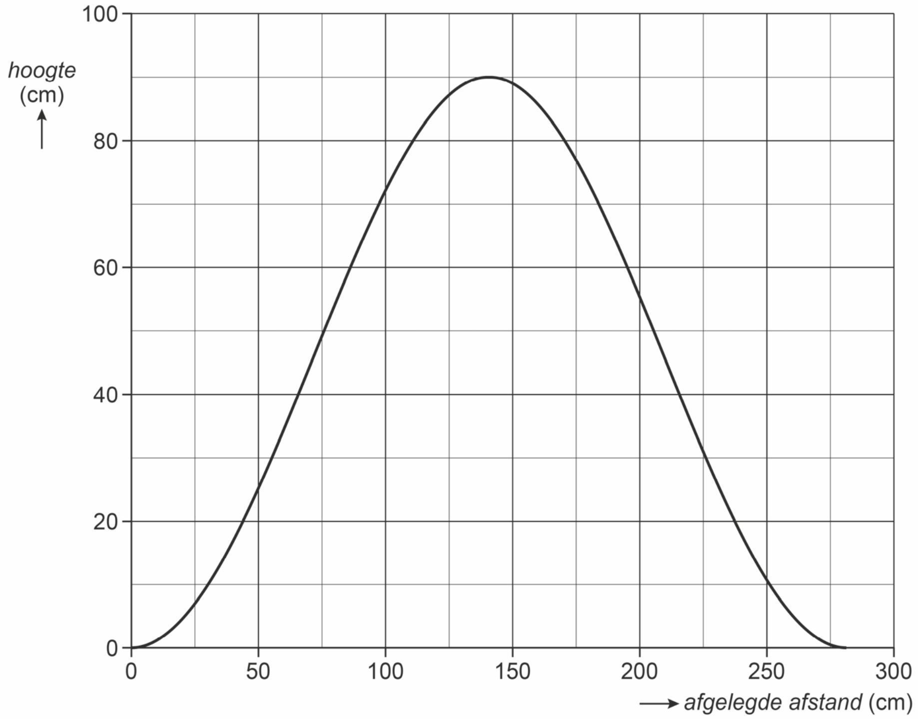
t (dagen)	0	10	20	30	40	50	60
h (× 1000 m^3)							



11, 12 en 13



15 en 16



Bijlagen

Cijferbepaling

2017-II

punten	cijfer	punten	cijfer
0	**1,0**	46	**6,2**
1	**1,1**	47	**6,4**
2	**1,2**	48	**6,5**
3	**1,3**	49	**6,6**
4	**1,5**	50	**6,7**
5	**1,6**	51	**6,8**
6	**1,7**	52	**6,9**
7	**1,8**	53	**7,0**
8	**1,9**	54	**7,2**
9	**2,0**	55	**7,3**
10	**2,1**	56	**7,4**
11	**2,3**	57	**7,5**
12	**2,4**	58	**7,6**
13	**2,5**	59	**7,7**
14	**2,6**	60	**7,8**
15	**2,7**	61	**7,9**
16	**2,8**	62	**8,1**
17	**2,9**	63	**8,2**
18	**3,1**	64	**8,3**
19	**3,2**	65	**8,4**
20	**3,3**	66	**8,5**
21	**3,4**	67	**8,6**
22	**3,5**	68	**8,7**
23	**3,6**	69	**8,9**
24	**3,7**	70	**9,0**
25	**3,8**	71	**9,1**
26	**4,0**	72	**9,2**
27	**4,1**	73	**9,3**
28	**4,2**	74	**9,4**
29	**4,3**	75	**9,5**
30	**4,4**	76	**9,7**
31	**4,5**	77	**9,8**
32	**4,6**	78	**9,9**
33	**4,8**	79	**10,0**
34	**4,9**		
35	**5,0**		
36	**5,1**		
37	**5,2**		
38	**5,3**		
39	**5,4**		
40	**5,6**		
41	**5,7**		
42	**5,8**		
43	**5,9**		
44	**6,0**		
45	**6,1**		

2018-I

punten	cijfer	punten	cijfer
0	**1,0**	46	**6,3**
1	**1,1**	47	**6,4**
2	**1,2**	48	**6,5**
3	**1,3**	49	**6,7**
4	**1,5**	50	**6,8**
5	**1,6**	51	**6,9**
6	**1,7**	52	**7,0**
7	**1,8**	53	**7,1**
8	**1,9**	54	**7,2**
9	**2,0**	55	**7,3**
10	**2,2**	56	**7,5**
11	**2,3**	57	**7,6**
12	**2,4**	58	**7,7**
13	**2,5**	59	**7,8**
14	**2,6**	60	**7,9**
15	**2,7**	61	**8,0**
16	**2,8**	62	**8,2**
17	**3,0**	63	**8,3**
18	**3,1**	64	**8,4**
19	**3,2**	65	**8,5**
20	**3,3**	66	**8,6**
21	**3,4**	67	**8,7**
22	**3,5**	68	**8,8**
23	**3,7**	69	**9,0**
24	**3,8**	70	**9,1**
25	**3,9**	71	**9,2**
26	**4,0**	72	**9,3**
27	**4,1**	73	**9,4**
28	**4,2**	74	**9,5**
29	**4,3**	75	**9,7**
30	**4,5**	76	**9,8**
31	**4,6**	77	**9,9**
32	**4,7**	78	**10,0**
33	**4,8**		
34	**4,9**		
35	**5,0**		
36	**5,2**		
37	**5,3**		
38	**5,4**		
39	**5,5**		
40	**5,6**		
41	**5,7**		
42	**5,8**		
43	**6,0**		
44	**6,1**		
45	**6,2**		

2018-II

punten	cijfer	punten	cijfer
0	**1,0**	46	**6,2**
1	**1,1**	47	**6,3**
2	**1,1**	48	**6,5**
3	**1,2**	49	**6,6**
4	**1,2**	50	**6,7**
5	**1,3**	51	**6,8**
6	**1,4**	52	**6,9**
7	**1,5**	53	**7,1**
8	**1,7**	54	**7,2**
9	**1,8**	55	**7,3**
10	**1,9**	56	**7,4**
11	**2,0**	57	**7,5**
12	**2,1**	58	**7,7**
13	**2,3**	59	**7,8**
14	**2,4**	60	**7,9**
15	**2,5**	61	**8,0**
16	**2,6**	62	**8,1**
17	**2,7**	63	**8,3**
18	**2,9**	64	**8,4**
19	**3,0**	65	**8,5**
20	**3,1**	66	**8,6**
21	**3,2**	67	**8,7**
22	**3,3**	68	**8,9**
23	**3,5**	69	**9,0**
24	**3,6**	70	**9,1**
25	**3,7**	71	**9,2**
26	**3,8**	72	**9,3**
27	**3,9**	73	**9,5**
28	**4,1**	74	**9,8**
29	**4,2**	75	**10,0**
30	**4,3**		
31	**4,4**		
32	**4,5**		
33	**4,7**		
34	**4,8**		
35	**4,9**		
36	**5,0**		
37	**5,1**		
38	**5,3**		
39	**5,4**		
40	**5,5**		
41	**5,6**		
42	**5,7**		
43	**5,9**		
44	**6,0**		
45	**6,1**		

2019-I

punten	cijfer	punten	cijfer
0	**1,0**	46	**6,9**
1	**1,1**	47	**7,0**
2	**1,3**	48	**7,2**
3	**1,4**	49	**7,3**
4	**1,5**	50	**7,4**
5	**1,6**	51	**7,6**
6	**1,8**	52	**7,7**
7	**1,9**	53	**7,8**
8	**2,0**	54	**7,9**
9	**2,2**	55	**8,1**
10	**2,3**	56	**8,2**
11	**2,4**	57	**8,3**
12	**2,5**	58	**8,5**
13	**2,7**	59	**8,6**
14	**2,8**	60	**8,7**
15	**2,9**	61	**8,8**
16	**3,1**	62	**9,0**
17	**3,2**	63	**9,1**
18	**3,3**	64	**9,2**
19	**3,4**	65	**9,4**
20	**3,6**	66	**9,5**
21	**3,7**	67	**9,6**
22	**3,8**	68	**9,7**
23	**4,0**	69	**9,9**
24	**4,1**	70	**10,0**
25	**4,2**		
26	**4,3**		
27	**4,5**		
28	**4,6**		
29	**4,7**		
30	**4,9**		
31	**5,0**		
32	**5,1**		
33	**5,2**		
34	**5,4**		
35	**5,5**		
36	**5,6**		
37	**5,8**		
38	**5,9**		
39	**6,0**		
40	**6,1**		
41	**6,3**		
42	**6,4**		
43	**6,5**		
44	**6,7**		
45	**6,8**		

2019-II

punten	cijfer	punten	cijfer
0	**1,0**	46	**7,0**
1	**1,2**	47	**7,1**
2	**1,4**	48	**7,3**
3	**1,5**	49	**7,4**
4	**1,6**	50	**7,5**
5	**1,7**	51	**7,7**
6	**1,9**	52	**7,8**
7	**2,0**	53	**7,9**
8	**2,1**	54	**8,0**
9	**2,3**	55	**8,2**
10	**2,4**	56	**8,3**
11	**2,5**	57	**8,4**
12	**2,6**	58	**8,6**
13	**2,8**	59	**8,7**
14	**2,9**	60	**8,8**
15	**3,0**	61	**8,9**
16	**3,2**	62	**9,1**
17	**3,3**	63	**9,2**
18	**3,4**	64	**9,3**
19	**3,5**	65	**9,5**
20	**3,7**	66	**9,6**
21	**3,8**	67	**9,7**
22	**3,9**	68	**9,8**
23	**4,1**	69	**9,9**
24	**4,2**	70	**10,0**
25	**4,3**		
26	**4,4**		
27	**4,6**		
28	**4,7**		
29	**4,8**		
30	**5,0**		
31	**5,1**		
32	**5,2**		
33	**5,3**		
34	**5,5**		
35	**5,6**		
36	**5,7**		
37	**5,9**		
38	**6,0**		
39	**6,1**		
40	**6,2**		
41	**6,4**		
42	**6,5**		
43	**6,6**		
44	**6,8**		
45	**6,9**		

Bedenk dat het toekennen van punten aan een antwoord enige deskundigheid vereist.
De hier behaalde scores zijn dus vooral een indicatie hoeveel je op dit moment weet over dit vak.

Onderwerpregister

In het volgende schema wordt verwezen naar de nummers van vragen in hoofdstukken en examens.
10-13 betekent een serie vragen (10 tot en met 13) over hetzelfde onderwerp.

	deel 1	deel 2a	
Onderwerp		**2017-II**	**2018-I**
Algebraïsche verbanden	hoofdstuk 1 1 - 55	7, 8, 10, 11, 13, 20, 21	2-4, 12-14, 18-20
Rekenen, meten en schatten	hoofdstuk 2 1 - 46	1-4, 5, 9, 12, 14, 19, 22	1, 5-8, 24
Meetkunde	hoofdstuk 3 1 - 50	6, 15-18, 23-25	9-11, 15-17, 21-23
Informatieverwerking en statistiek	hoofdstuk 4 1 - 38		

	deel 2a (vervolg)		
Onderwerp	**2018-II**	**2019-I**	**2019-II**
Algebraïsche verbanden	1, 3, 5, 6, 13-15, 23-25	2-4, 9, 11, 12, 17-20	15, 16, 22-25
Rekenen, meten en schatten	2, 4, 19-22	1, 5, 6, 10, 21, 22	2, 4-7, 10, 11, 17
Meetkunde	7-12, 16-18	7, 8, 13-16, 23, 24	1, 3, 8, 9, 12-14, 18-21
Informatieverwerking en statistiek			

© ThiemeMeulenhoff

In het volgende schema staan voor enkele deelonderwerpen de nummers van bijbehorende vragen in deel 1.

Algebraïsche verbanden	
– formule gebruiken	6, 15, 18, 30, 36, 37, 40, 41, 44, 45, 47
– grafiek tekenen	1, 8, 13, 20, 31, 46
– groeifactor	11, 25, 48, 50, 51
– vergelijking oplossen	9, 16, 19, 24, 27, 32, 38, 43, 49
Rekenen, meten en schatten	
– machten van 10	2, 34, 35, 36, 39, 40, 43, 44, 45, 46
Meetkunde	
– goniometrie	2, 6, 13, 17, 20, 25, 26, 28, 36, 37, 47
– kijklijnen	14, 15, 31, 33
– Pythagoras	3, 16, 21, 24, 29, 34, 36

© ThiemeMeulenhoff

Overzicht formules

omtrek cirkel** = π × **diameter

***oppervlakte cirkel** = π × **straal**^{2}*

inhoud prisma = oppervlakte grondvlak × hoogte

inhoud cilinder = oppervlakte grondvlak × hoogte

inhoud kegel** = $\frac{1}{3}$ × **oppervlakte grondvlak × hoogte

inhoud piramide** = $\frac{1}{3}$ × **oppervlakte grondvlak × hoogte

***inhoud bol** = $\frac{4}{3}$ × π × **straal**^{3}*

Aantekeningen

© ThiemeMeulenhoff
© ThiemeMeulenhoff

Colofon

Auteur
F.C. Luijbe

Vormgeving binnenwerk
Maura van Wermeskerken, Apeldoorn

Opmaak
Crius Group, Hulshout

Redactie
Lineke Pijnappels, Tilburg

Over ThiemeMeulenhoff
ThiemeMeulenhoff ontwikkelt zich van educatieve uitgeverij tot een learning design company. We brengen content, leerontwerp en technologie samen. Met onze groeiende expertise, ervaring en leeroplossingen zijn we een partner voor scholen bij het vernieuwen en verbeteren van onderwijs.
Zo kunnen we samen beter recht doen aan de verschillen tussen lerenden en scholen en ervoor zorgen dat leren steeds persoonlijker, effectiever en efficiënter wordt.

Samen leren vernieuwen.

www.thiememeulenhoff.nl

ISBN 978 90 06 49161 6
Eerste druk, derde oplage, 2021

© ThiemeMeulenhoff, Amersfoort, 2021

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand, of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen, of enig andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

Voor zover het maken van kopieën uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16B Auteurswet 1912 j° het Besluit van 23 augustus 1985, Stbl. 471 en artikel 17 Auteurswet 1912, dient men de daarvoor wettelijk verschuldigde vergoedingen te voldoen aan Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie (PRO), Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp (www.stichting-pro.nl). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet) dient men zich tot de uitgever te wenden. Voor meer informatie over het gebruik van muziek, film en het maken van kopieën in het onderwijs zie www.auteursrechtenonderwijs.nl.

De uitgever heeft ernaar gestreefd de auteursrechten te regelen volgens de wettelijke bepalingen. Degenen die desondanks menen zekere rechten te kunnen doen gelden, kunnen zich alsnog tot de uitgever wenden.

Deze uitgave is volledig CO_2-neutraal geproduceerd.
Het voor deze uitgave gebruikte papier is voorzien van het FSC®-keurmerk.
Dit betekent dat de bosbouw op een verantwoorde wijze heeft plaatsgevonden.

examenbundel ›

vmbo-gt / mavo **Nederlands**
vmbo-k **Nederlands**
vmbo-gt / mavo **Engels**
vmbo-gt / mavo **Duits**
vmbo-gt / mavo **Frans**
vmbo-gt / mavo **Economie**
vmbo-gt / mavo **Maatschappijkunde**
vmbo-gt / mavo **Geschiedenis**
vmbo-kgt **Aardrijkskunde**
vmbo-gt / mavo **Wiskunde**
vmbo-gt / mavo **Nask 1**
vmbo-gt / mavo **Nask 2**
vmbo-gt / mavo **Biologie**

samengevat }

vmbo **Nederlands 2F**
vmbo **Rekenen 2F**
vmbo-kgt **Economie**
vmbo-kgt **Maatschappijkunde**
vmbo-gt / mavo **Geschiedenis**
vmbo-kgt **Aardrijkskunde**
vmbo-kgt **Wiskunde**
vmbo-gt / mavo **Nask 1**
vmbo-gt / mavo **Nask 2**
vmbo-kgt **Biologie**

Tips, tricks en informatie die jou helpen bij het slagen voor je eindexamen vind je op examenbundel.nl! Nog meer kans op slagen? Volg ons ook op social media. #geenexamenstress

examenidioom + examenbundel + samengevat + zeker slagen! = #geenexamenstress

examenidioom

vmbo **Engels**
vmbo **Duits**
vmbo **Frans**

zeker slagen !

voor vmbo, havo én vwo

9 789006 491616